

Extra analysövningar

Bestäm en primitiv funktion till följande funktioner:

1. $x + x^3$
2. $(x + 5)^7$
3. $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^3}$
4. $\frac{1}{2x + 1}$
5. $\sin x$
6. $\cos \frac{x}{2}$
7. $\frac{1}{1 + 4x^2}$
8. e^{2x}
9. $2x(1 + x^2)^3$
10. xe^{x^2}
11. $\frac{1 + x}{1 + x^2}$
12. $\frac{x^3}{\sqrt{1 + x^4}}$
13. $\sin^2 x$
14. $x \sin x$
15. $x^3 e^x$
16. $\arctan x$
17. $x(x + 1)^9$
18. $\sqrt{1 + x^2}$
19. $\cos x e^{\sin x}$
20. $\frac{1}{x \ln x}$
21. $\frac{1}{x^2 + 2x + 3}$
22. $\frac{1}{\sqrt{x}} \sin \sqrt{x}$
23. $x\sqrt{x + 1}$
24. $\frac{\cos x}{\sin^2 x + 2 \sin x + 2}$
25. $\frac{1}{x(x - 3)}$
26. $\frac{1}{x(x - 3)^2}$
27. $\frac{1}{4x^2 - 1}$
28. $\cos^3 x$
29. $\sin^5 x$
30. $\cos^2 x$

Lös följande differentialekvationer:

31. $y' = e^{2x}$, $y(0) = 0$,
32. $y' = x \sin x$, $y(0) = 1$,
33. $y'' = \frac{1}{x}$, $y(1) = y'(1) = 1$,
34. En boll släpps från en hög byggnad. När den träffar marken är dess hastighet 51m/s. Hur hög är byggnaden?
35. En bil som nödbromsades gled 70m innan den stannade. Bromsverkan var 8m/s^2 . Hur fort körde bilen?

Förslag till svar:

1. $\frac{1}{4}(2x^2 + x^4)$, 2. $\frac{1}{8}(x + 5)^8$, 3. $\ln|x| - \frac{1}{2x^2}$,
4. $\frac{1}{2}\ln|2x + 1|$, 5. $-\cos x$, 6. $2\sin\frac{x}{2}$,
7. $\frac{1}{2}\arctan 2x$, 8. $\frac{1}{2}e^{2x}$, 9. $\frac{1}{4}(1 + x^2)^4$,
10. $\frac{1}{2}e^{x^2}$, 11. $\arctan x + \frac{1}{2}\ln(1 + x^2)$,
12. $\frac{1}{2}\sqrt{1 + x^4}$, 13. $\frac{1}{4}(2x - \sin 2x)$, 14. $\sin x - x \cos x$,
15. $e^x(x^3 - 3x^2 + 6x - 6)$, 16. $x \arctan x - \frac{1}{2}\ln(1 + x^2)$,
17. $\frac{1}{10}x(x + 1)^{10} - \frac{1}{110}(x + 1)^{11}$, 18. $\frac{1}{2}\left(x\sqrt{1 + x^2} + \ln(x + \sqrt{1 + x^2})\right)$
19. $e^{\sin x}$, 20. $\ln|\ln x|$, 21. $\frac{1}{\sqrt{2}}\arctan\frac{x + 1}{\sqrt{2}}$,
22. $-2\cos\sqrt{x}$, 23. $\frac{2}{5}(1 + x)^{\frac{5}{2}} - \frac{2}{3}(1 + x)^{\frac{3}{2}}$
24. $\arctan(1 + \sin x)$, 25. $\frac{1}{3}\ln\left|\frac{x - 3}{x}\right|$, 26. $\frac{1}{9}\ln\left|\frac{x}{x - 3}\right| - \frac{3}{x - 3}$,
27. $\frac{1}{4}\ln\left|\frac{2x - 1}{2x + 1}\right|$, 28. $\sin x - \frac{\sin^3 x}{3}$,
29. $-\cos x + \frac{2}{3}\cos^3 x - \frac{1}{5}\cos^5 x$, 30. $\frac{1}{4}(2x + \sin 2x)$,
31. $\frac{1}{2}(e^{2x} - 1)$ 32. $\sin x - x \cos x + 1$ 33. $x \ln x + 1$ 34. 132m
35. 120km/tim