

Några geometriska uppgifter

Uppgifterna handlar delvis om saker som ännu inte har diskuterats i kursen. Om man ännu inte har förkunskaperna som behövs vid en uppgift så skall man göra uppgiften senare eller be handledaren om råd.

Låt $P = (3, 5)$, $Q = (2, 6)$, $R = (1, 2)$, och l , l_1 och l_2 linjerna som beskrivs som följande:

$$l : 2x + 3y = 5$$

$$l_1 : 4x + 6y = -2$$

och

$$l_2 \text{ är linjen genom } (2, 3) \text{ och } (-2, -2)$$

1. Beräkna avståndet mellan P och Q , mellan P och R och mellan Q och R .
2. Beräkna vinkeln i triangeln med hörnen P, O, Q i punkten O . Beräkna vinkeln i triangeln med hörnen P, R, Q i punkten R .
3. Beräkna P , Q och R :s polära koordinater.
4. Beräkna de kartesiska koordinaterna av S , där S :s polära koordinater är $r = 12$ och $\phi = 0, \pi/6, \pi/4, \pi/3, \pi/2, \pi, -3\pi$.
5. Skissera l , l_1 och l_2 . Har l_1 och l_2 en skärningspunkt? Om ja: Var?
6. Beräkna vinkeln mellan l_1 och l_2 .
7. Ange (x_0, y_0) och (x_2, y_2) sådana att
 - a) l är linjen genom (x_0, y_0) med riktningsvektor (x_2, y_2) ,
 - b) l_1 är linjen genom (x_0, y_0) med riktningsvektor (x_2, y_2) .
8. Bestäm a, b, c sådana att linjen l_2 beskrivs av

$$l_2 : ax + by = c.$$

Svar

1. $\sqrt{2}, \sqrt{13}, \sqrt{17}$.

2.

$$\arccos\left(\frac{9}{\sqrt{85}}\right) = 0.2187\dots = 12.5288\dots^\circ,$$
$$\arccos\left(\frac{14}{\sqrt{13 \cdot 17}}\right) = 0.3430\dots = 19.6538\dots^\circ.$$

3. $r = \sqrt{34}, \sqrt{40}, \sqrt{5}$,

$$\phi = \arctan\left(\frac{5}{3}\right) = 1.0304\dots = 59.0362\dots^\circ,$$

$$\phi = \arctan(3) = 1.2490\dots = 71.5651\dots^\circ,$$

$$\phi = \arctan(2) = 1.1071\dots = 63.4349\dots^\circ.$$

4. $(12, 0), (6\sqrt{3}, 6), (6\sqrt{2}, 6\sqrt{2}), (6, 6\sqrt{3}), (0, 12), (-12, 0), (-12, 0)$.

5. l är linjen genom $(2.5, 0)$ och $(0, 5/3)$, l_1 är linjen genom $(-1/2, 0)$ och $(0, -1/3)$ och l_2 är linjen genom $(-2, -2)$ och $(2, 3)$. Skärningspunkten är $(-10/23, -1/23)$.

6.

$$\phi = \arccos\left(\frac{2}{\sqrt{13}\sqrt{41}}\right) = 1.4841\dots = 85.0303\dots^\circ.$$

7.

$$(x_0, y_0) = (5/2, 0), \quad (x_2, y_2) = (-3, 2)$$

$$(x_0, y_0) = (-1/2, 0), \quad (x_2, y_2) = (-3, 2)$$

8.

$$l_2 : -5x + 4y = 2$$