

# Inlämningsuppgifter, omgång I

## Elementär Talteori Sommaren 2003

Ni får gärna jobba ihop när ni löser inlämningsuppgifterna, men lösningarna måste ni själva skriva ned med era egna ord.

Deadline för dessa uppgifter är den 27:e juni.

**Uppgift 1.** Visa att

$$\frac{n^3}{3} - \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6}$$

är ett heltal för varje  $n \geq 1$ .

**Uppgift 2.** Visa att heltalet  $8 \cdot 2^{2^n} + 1$  är sammansatt för alla  $n \geq 1$ .

**Uppgift 3.** Visa att  $n$  är ett jämnt heltal omm

$$\sum_{d|n} \phi(d)\mu(d) = 0.$$

**Uppgift 4.** Om  $7 \nmid a$ , visa att 7 delar antingen  $a^3 + 1$  eller  $a^3 - 1$ .

**Uppgift 5.** Visa att om  $p > 3$  och  $q = p + 2$  är ett tvillingprimtal, dvs både  $p$  och  $q$  är primtal, så är  $pq \equiv -1 \pmod{9}$ .

**Uppgift 6.** Låt  $\omega(n)$  vara antalet primdelare till  $n$ , visa att

$$\sum_{d|n} \mu(d)2^{\omega(n/d)} = |\mu(n)|$$

för all  $n \geq 1$ .

**Uppgift 7.** Visa Bernoullis olikhet: Om  $1 + x > 0$  så gäller

$$(1 + x)^n \geq 1 + nx$$

för varje  $n \geq 1$ .

**Uppgift 8.** Visa att  $\text{SGD}(n! + 1, (n + 1)! + 1) = 1$  för alla  $n \geq 1$ .

Fredrik Engström, email: [engstrom@math.chalmers.se](mailto:engstrom@math.chalmers.se)