

Inlämningsuppgifter

Elementär talteori

Sommaren 2005

- Inlämningsuppgifterna är frivilliga och ger upp till två bonuspoäng.
- Bonuspoäng får tillgodoräknas vid ordinarie tentamen och de två närmast följande tentamenstillfällena.
- Uppgifterna ska lämnas in till läraren **senast den 1 augusti 2005 kl 10:00**, dvs i samband med den första föreläsningen efter uppehållet. För sent inlämnade uppgifter berättigar inte till bonuspoäng. Lösningar kan också skickas med post till Marcus Better, Matematiska vetenskaper, Chalmers tekniska högskola, 41296 Göteborg.
- Det är tillåtet att samarbeta med andra studenter. Däremot måste var och en skriva egna lösningar och kunna förstå dessa. Du ska kunna förklara dina lösningar i detalj muntligt för läraren om så krävs.
- Lösningarna ska vara prydligt skrivna. Det är viktigt att du redovisar dina resonemang och motiverar formler, användning av satser etc, gärna med ord.
- Två korrekt lösta uppgifter ger ett bonuspoäng. Fyra korrekt lösta uppgifter ger två bonuspoäng.
- Glöm inte att skriva namn och födelsedatum.

Lycka till!

1. Finn de två sista siffrorna i decimalutvecklingen av talet 7^{2005} . (Ledning: Räkna modulo 100.)
2. Låt a vara ditt födelseår minus 1900, och låt b vara din födelsedags nummer i månaden. (Om du exempelvis är född den 16 maj 1972 så är $a = 72$ och $b = 16$.) Finn alla lösningar till systemet

$$\begin{cases} 3x \equiv a \pmod{101} \\ 8x \equiv b \pmod{37}. \end{cases}$$

3. Låt m och n vara heltal, ej båda noll. Antag att d är ett heltal sådant att $d|m$ och $d|n$. Visa att $d|\text{sgd}(m, n)$.
4. Låt a och b vara som i uppgift 2. Finn alla lösningar till kongruensen

$$ax \equiv b \pmod{210}.$$

5. Fibonacci-talen F_n definieras för $n \geq 1$ genom

$$\begin{cases} F_1 = 1, \\ F_2 = 1, \\ F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \quad \text{för } n \geq 3. \end{cases}$$

Enligt denna definition är alltså de första Fibonacci-talen

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, \dots$$

Visa att $\text{sgd}(F_n, F_{n+1}) = 1$ för alla $n \geq 1$.

(Ledning: Använd induktion.)