Tentamen i Elementär talteori, 5p **20 aug 2007 8.30 – 13.30**

Examinator: Johan Berglind

Telefonvakt: Magnus Goffeng 076 – 272 18 61

Tillåtna hjälpmedel: typgodkänd räknedosa

Motivera lösningarna noggrant.

1. Hur många inkongruenta lösningar finns det till $x^2 \equiv 11 \pmod{79}$? **(3p)**

2. Låt n vara ett positivt heltal. Visa att $n = 2\Phi(n) \Rightarrow n = 2^i$ där i är ett positivt heltal . **(3p)**

3. Visa att om p är ett primtal > 3 är $2(p-3)!+1 \equiv 0 \pmod{p}$ **(3p)**

4. Sonja har fått i uppdrag att faktorisera talet 703425623. Hon beslutar sig för att använda den metod som kallas Pollard p-1 och hittar så småningom primtalsfaktorn 12601.
Hur många iterationer krävs för att hitta faktorn 12601? **(3p)**

Ledning: utför inte iterationerna!

5. Bestäm alla inkongruenta lösningar till $3x^9 \equiv 11 \pmod{13}$ **(3p)**

Ledning: 2 är en primitiv rot modulo 13

6. Bestäm alla positiva heltal x och y sådana att

a) $x^2 + y^2 = 967$

b) $x^2 - y^2 = 15$ **(2p)**

7. Låt n vara ett heltal >1 och ej delbart med 5.
Visa att $n^4 + 4^n$ är sammansatt. **(4p)**

Ledning: för $n = 3, 4, 6, 7$ *är uttrycket* $= 145, 512, 5392, 18785$

8. Låt p och q vara udda primtal.

Visa att $\displaystyle\sum_{i=1}^{p}\left[q-\frac{iq}{p}\right] = \sum_{i=1}^{q}\left[p-\frac{ip}{q}\right]$

$[x]$ betecknar som vanligt heltalsdelen av x. **(4p)**

Ledning: imitera slutfasen av beviset för kvadratiska reciprocitetssatsen.