MAN 060 – Elementär talteori
Sommaren 2007

Andra övningstentamen 2007

Varje uppgift är värd tre poäng utom uppgift 6 som är värd fyra.
För godkänt krävs 12 poäng, för väl godkänt 18.

1. Ange den sista siffran i decimalutvecklingen av 7^{3943}

2. Avgör huruvida 111 är en kvadratisk rest modulo 991
(991 är ett primtal).

3. Låt p vara ett primtal. Visa att produkten av samtliga primitiva rötter modulo p är $\equiv 1 \pmod{p}$.

4. Bestäm alla positiva heltal $x < 77$ sådana att $x^2 \equiv 64 \pmod{77}$

5. Lös kappsäcksproblemet $\sum_{i=1}^{6} x_i a_i = 108$ om följden $\{a_i\}_{i=1}^{6}$ är $= 6, 11, 21, 41, 81, 151$
Beskriv vad som menas med att en följd är superväxande.
Visa att om $\{a_i\}_{i=1}^{n}$ är en superväxande följd är $a_{j+1} > 2a_j$ för $j = 1, 2, 3 \ldots, n-1$

6. Förklara tabellen

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
5	2	10	4	20	8	17	16	11	9	22	18	21	13	19	3	15	6	7	12	14

Lös kongruensen $3x^{14} \equiv 2 \pmod{23}$
Lös kongruensen $x^x \equiv x \pmod{23}$

7. Bestäm alla positiva heltal x och y sådana att $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = \dfrac{1}{p}$ där p är ett primtal.

8. Visa att $(a,b) = 1 \quad \Rightarrow \quad a^{\Phi(b)} + b^{\Phi(a)} \equiv 1 \pmod{ab}$