

**Tentamensskrivning för kursen
Matematik för naturvetare 1 (MAN100), del 1**

På uppgifterna 1 och 2 skall endast svar ges. På övriga uppgifter krävs fullständiga och motiverade lösningar.

1. (a) Vad är derivatan av $\ln(\arctan x)$?
- (b) Låt A vara en 6×5 -matris. De båda vektorerna $(1, 0, 1, 0, 1)$ och $(0, 1, 0, 1, 0)$ spänner upp lösningarna till det homogena systemet $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$.
Vad är rangen för A ?
- (c) Ge en kontinuerlig funktion som uppfyller $f(0) = f(2) = f'(1) = 0$.
- (d) Betrakta funktionen $f(x) = \ln(x)$ med argumentet $x = 5.00$, korrekt avrundat.
Hur noggrannt kan då $f(x)$ beräknas?

Endast svar krävs! (En poäng per deluppgift.) (4p)

2. Avgör för vart och ett av följande sex påståenden om det är sant eller falskt. Enbart svar skall ges, alltså ett rakt ja eller nej.
 - (a) Det finns ett femtegradspolynom $p(x)$ sådant att $p'(x)$ har exakt 4 nollställen.
 - (b) Det finns en kontinuerlig funktion $f(x)$ som uppfyller: $f(0) = 0$, $f(1) = 1$ och $f'(0) = f'(1) = -1$.
 - (c) Om den kvadratiske matrisen A är inverterbar så är A^{-1} också inverterbar.
 - (d) Om tre vektorer \mathbf{u}, \mathbf{v} och \mathbf{w} i \mathbb{R}^3 har egenskapen att paren $\{\mathbf{u}, \mathbf{v}\}$, $\{\mathbf{u}, \mathbf{w}\}$ och $\{\mathbf{v}, \mathbf{w}\}$ alla är linjärt oberoende, så är mängden $\{\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}\}$ också linjärt oberoende.
 - (e) Om ett homogent linjärt ekvationssystem $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ har fler än en lösning, så har motsvarande homogena system $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ fler än en lösning för varje högerled \mathbf{b} .
 - (f) Det finns en funktion som är deriverbar i alla punkter i sin definitionsmängd och kontinuerlig i alla utom en punkt i definitionsmängden.

Rätt svar ger 0.5 poäng, fel svar ger -0.5 poäng och inget svar ger 0 poäng, dock med den begränsningen att man inte kan få mindre än 0 poäng på hela uppgiften. (3p)

3. Vad är

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x^2 - \ln x}{\ln 2x}?$$

(3p)

4. Finn baser för nollrummet och kolonnrummet till matrisen

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(3p)

VÄND!

5. Skissa grafen till funktionen

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1} - \arctan x. \quad (3p)$$

6. (a) För att lösa ekvationen $x^2 = c$, där $c > 0$, kan man bilda talföljden x_0, x_1, x_2, \dots där

$$x_{k+1} = 0.5(x_k + c/x_k), \text{ med startvärde } x_0 > 0$$

Då blir alla $x_k > 0$. Ge gränser för de absoluta och relativa felen vid beräkningen av $f(x_{k+1})$ ur x_k och c vid flyttalsberäkningar enligt IEEE-standard och med maskinnoggrannheten μ . (2p)

(b) Man kan visa att gränsvärdet $\lim_{k \rightarrow \infty} x_k$ existerar. Använd detta för att bestämma gränsvärdet! (1p)

7. Studera ekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1 & & + & x_3 & = & 0 \\ & x_2 & + & 2x_3 & = & p \\ x_1 & + & px_2 & + & & = & q \end{cases}$$

där p och q är parametrar.

- (a) Hur skall man välja parametrarna så att systemet är entydigt lösbart?
- (b) Hur skall man välja parametrarna så att systemet har mer än en lösning?
- (c) Finns det något val av parametrarna för vilket systemet inte är lösbart? Vilket eller vilka?

(3p)

8. Låt E vara ellipsen med ekvationen

$$\left(\frac{x}{10}\right)^2 + \left(\frac{y}{5}\right)^2 = 1$$

och låt p vara punkten $(x, y) = (-1, 0)$. Vad är minsta respektive största avståndet från p till ellipsen E ? (3p)

Skrivningen beräknas vara färdiggrättad den 3 april.

Resultaten anslås då i bottenvåningen på Matematiskt Centrum (MC).

Du kan också få veta resultatet genom att ringa nummer 772 35 09, efter kl. 14.

Din rättade skrivning kan hämtas efter angivet datum i mottagningsrummet (MC rum 1202D), måndag - fredag kl. 12.30 - 13

Om inga tekniska hinder kommer i vägen finns en lösning till denna skrivning på kurssidan efter kl. 14 skrivningsdagen.