

# MATEMATIK, Göteborgs universitet

Tentamen i Matematik (MAN100) 2002-03-20, kl 8.45–13.45.

Hjälpmiddel: Inga utom skrivdon!

Telefonvakt: Martin Brundin, 0740-350646.

## 1. Ange bara svar i denna uppgift!

- (a) Låt  $A$  vara en  $5 \times 10$ -matris. Man vet att rangen för  $A$  är 3. Bestäm dimensionen för matrisens nollrum! (1 p)
- (b) Beräkna  $\frac{d}{dx}(\sqrt{\tan(x^3)})$ . (1 p)
- (c) Lös ekvationen  $\sin(2x) = \cos(x)$ . (2 p)

2. Finn en bas för nollrummet till matrisen (3 p)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

3. Hitta en primitiv funktion  $F(x)$  till  $f(x) = x^2 e^x$ . (3 p)

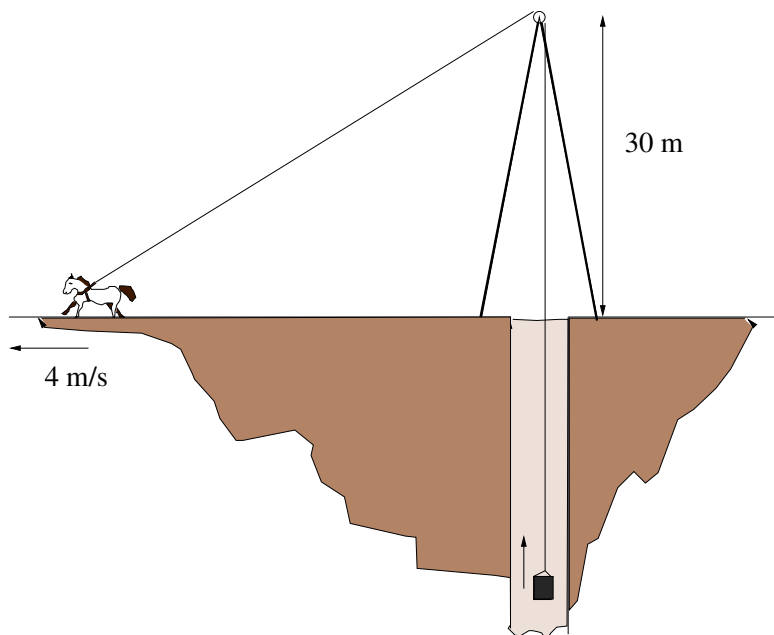
4. Sätt

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 6 & -5 \end{bmatrix}$$

Finn egenvärden och en bas i  $\mathbb{R}^2$  av egenvektorer till matrisen  $A$ . (3 p)

5. Låt  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  vara den linjära avbildning man får genom att *först* rotera kring origo vinkeln  $\pi/4$  och *sedan* spegla i linjen  $y = x$ . Bestäm matrisen för  $T$ . (3 p)

6. En gruvhäst drar upp en hink ur ett schakt. Se figuren. Han börjar precis vid hålet under ställningen och börjar trava med konstant hastighet 4 m/s. Träställningen med blocket i toppen är 30 m högt. Hur fort rör sig hinken vertikalt uppåt just när hästen travat i 10 sekunder? (3 p)



Vänd blad!

7. a) Beskriv hur man kan bestämma arten av lokala extrempunkter hos funktioner som är två gånger kontinuerligt deriverbara med hjälp av dess andraderviata.
- b) Ge en funktion  $f$  där  $f''(a) = 0$  och  $f$  har ett lokalt minimum i  $x = a$ . Är  $x = a$  en inflexionspunkt?
- c) Ge en funktion  $g$  där  $g''(a) = 0$  och  $x = a$  inte är en lokal extrempunkt. Är  $x = a$  en inflexionspunkt? (3 p)
8. Den kvadratiske  $3 \times 3$ -matrisen  $A$  har kolonnerna  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ , där  $\mathbf{a}_2 = \frac{1}{2}(\mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_3)$ . Visa att  $A$  har egenvärdet  $\lambda = 0$  och finn en motsvarande egenvektor. (3 p)

Lycka till! /JL och TL

Skrivningen beräknas vara färdigrättad 030402

Resultaten anslås då i bottenvåningen på Matematiskt Centrum (MC).

Du kan också få veta resultatet genom att ringa nummer 772 35 93.

Din rättade skrivning kan hämtas efter angivet datum i mottagningsrummet (MC rum 1202D), måndag - fredag kl. 12.30 - 13