

Matematik
Göteborgs universitet
Hasse Carlsson,
Torbjörn Lundh

Hjälpmedel:
Typgodkänd räknedosa
Telefonvakt: Yan Yubin
0740-350646

Matematik med tillämpningar 1, del 1 (MAN100)

Tentamen den 19 mars 2003, 8.45-13.45

Om inget annat anges, skall den fullständiga lösningen på uppgiften redovisas, inklusive räkningar, eventuella hänvisningar till satser och motiveringar. Varje uppgift ger sammanlagt maximalt 3 poäng.

1. På den här uppgiften skall du bara ge svar. (En poäng per deluppgift.)

- (a) Beräkna $\frac{d}{dx}\sqrt{\ln x}$.
- (b) Bestäm ekvationen för den räta linje som går genom punkten $(1, 2)$ och är vinkelrät mot vektorn $(2, 1)$.
- (c) Hitta alla lösningar till ekvationen $\sin^2 3x = \frac{1}{2}$.
- (d) Bestäm inversen till matrisen

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}.$$

2. Nedan ges 6 påståenden. Avgör för vart och ett av dem om det är sant eller falskt. Endast svar skall ges. Rätt svar ger 0,5 poäng, fel svar -0,5 poäng och inget svar 0 poäng. Du kan inte få mindre än 0 poäng på hela uppgiften.

- (a) Vektorn $\mathbf{v} = (1, 2, -1)^T$ ligger i nollrummet till matrisen

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

- (b) Gäller det att

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^x = \frac{e}{2}?$$

- (c) Är vektorerna $(4, 0, 0)$, $(1, 2, 3)$ och $(3, 2, 0)$ en bas för \mathbb{R}^3 ?
- (d) Är $x = 0$ en inflexionspunkt till $f(x) = 3x^3 - 2x$?
- (e) Det finns en matris A med fyra rader, tre kolonner och rang två vars nollrum innehåller vektorerna $(1, 0, 1)^T$ och $(1, 1, 0)^T$.
- (f) Har grafen till $f(x) = x^3 + 2$ en tangent som går igenom origo?

3. Bestäm talen p och q så att ekvationssystemet

$$\begin{cases} x - 2y + 4z = 2 \\ -x - y + z = 1 \\ x - 8y + pz = q \end{cases}$$

har oändligt många lösningar och ange lösningarna i detta fall.

4. Plotta i stora drag grafen till $f(x) = \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x}$. Ange noga eventuella extrempunkter, asymptoter och var grafen är konvex respektive konkav.
5. Bestäm baser för nollrummet och kolonnrummet till matrisen

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 3 & 1 & 6 \\ 2 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \end{bmatrix}.$$

6. En låda med lock ska konstrueras så att den ska rymma 1000 liter och ha höjd h , bredd b och längd $2h$. Hur skall h och b väljas för att minimera materialåtgången?
7. Bestäm en ortogonalbas för \mathbb{R}^3 som innehåller vektorn $(1, 0, 1)$. Bestäm sedan koordinaterna för vektorn $(1, 2, 3)$ i denna bas.
8. Låt x_0 vara sådan att $\tan x_0 = 2x_0$. Visa analytiskt varför x_0 är en extremt dålig startgissning vid användning av Newton-Raphsons metod för att hitta en rot till $\sin x = 0$.