MATEMATIK	Dag: 2001-03-21, tid: 8.45-13.45
Göteborgs Universitet	Hjälpmedel: bilagan
Föreläsare: Grigori Rozenblioum (5309)	Telefonvakt: Christer Karlsson, 0740-350646

Tentamensskrivning i Differentialgeometri, MAN500

1. a. Definiera normalkrökningen k_n och geodetiska krökningen k_g av en kurva på en yta.
   b. Bevisa att $k_n^2 + k_g^2 = k^2$, där k är kurvans krökning. 3p

2. Avgör om det finns yta med koefficienterna i första och andra fundamentalformer:
   $$E = \sin^2 v, F = 0, G = 4, E = 4, f = 0, g = \sin^2 v?$$
   4p

3. a. Definiera tangenten, normalen och binormalen till en kurva i rymden. Skriv Frenet ekvationer.
   b. Två olika kurvor $\alpha_1(s)$ och $\alpha_2(s)$ i rymden har den följande egenskapen: sträckan som förbinder punkterna $\alpha_1(s)$ och $\alpha_2(s)$ går längs binormalen till både kurvor. Bevisa att kurvorna är plana. 5p

4. Bevisa att
   $$\mathbf{x}(u,v) = (a \sinh u \cos v, b \sinh u \sin v, c \cosh u)$$
   är en parametrisation för hyperboloiden
   $$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + 1 = \frac{z^2}{c^2}.$$
   Beräkna första och andra fundamentalformer, hitta principala krökningar och koordinatlinjerna. 4p

5. Beskriv begreppen orientation, orienterbar yta. Ge exempel av orienterbara och ickeorienterbara ytor. 4p

6. Skriv ekvationen till regelytan med generatrisen (t, t^2, t^3) och för vilken alla regler passerar genom z-axeln och är ortogonala mot den axeln. Hitta striktionskurvan. Finns det singulära punkter på ytan? 4p

Efter skrivningstidens slut finns lösningsförslag på kursens hemsida. Skrivningen beräknas vara färdigrättad tisdagen den 27 mars.