MATEMATIK | Dag: 2001-0409, tid: 8.45-13.45
Göteborgs Universitet | Hjälpmedel: bilagan
Föreläsare: Grigori Rozenblioum (5309) | Telefonvakt: 0740-350646

Tentamensskrivning i Differentialgeometri, MAN500

1. En kurva i rymden har den följande egenskapen: det finns en (icke-noll) vektor e som tillhör normalplaner i alla kurvans punkter. Bevisa att kurvan ligger i en plan. 4p

2. Ge definitionen till tangentplanen till en kurva i rymden. Bevisa att tangentplan till kurvan

$$\alpha(t) = (at + b, ct + d, t^2)$$

inte beror på t. 3p

3. Ge definitionen till asymptotiska kurva på en yta. Bevisa att för en asymptotisk kurva, binormalen är parallel med normalen till ytan. Bevisa att för en asymptotisk kurva på ytan,

$$\tau^2 = -K.$$

5p

4. Låt $\alpha(s)$ vara en reguljär kurva i rymden. För varje s, betraktar vi cyrkeln med radie a som ligger i normalplanen i har center i $\alpha(s)$. Hitta parametrisering till resulterande yta. Bevisa att för tillräckligt liten a, ytan är reguljär. 4p

5. Definera kovariantderivatan av ett vektorfält och parallelltransport längs en kurva på en yta. Bevisa att skalärprodukten av två vektorfält är konstant vid parallelltransporten. 3p

6. Ge definitionen till tangentplan till en yta. Om f är en reguljär avbildning av en yta S_1 till yta S_2, hur definieras differential till f? Vad betyder att avbildningen f är en lokal isometri.

   En konisk yta definieras av parametrisering

$$x(u, v) = v\alpha(u),$$

där $\alpha(u)$ är en reguljär båglängdsparametriserade kurva. Bevisa att ytan är lokalt isometrisk med en plan. (Led: använd polära koordinater i planen.) 5p

Efter skrivningstidens slut finns lösningsförslag på kursens hemsida. Skrivningen beräknas vara färdigrättad 20.april.