MATEMATIK | Dag: 2001-0815, tid: 8.45-13.45
Göteborgs Universitet | Hjälpmedel: bilagan
Föreläsare: Grigori Rozenblioum (5309) | Telefonvakt: 0740-350646

Tentamensskrivning i Differentialgeometri, MAN500

1. En kurva i rymden med $k \neq 0$ har det följande egenskapet: det finns en (icke-nol) vektor e som tillhör tangentplaner i alla kurvans punkter. Bevisa att kurvan ligger i en plan. 4p

2. Låt $\alpha(t)$ vara en kurva i rymden parametriserad med båglängd.
(a) Definiera begreppen tangent, normal och binormal, krökning och torsion till kurvan.
(b) Härled, under lämplig förutsättning, Frenets ekvationer för α.
(c) Man vet all varje fyra vektorer i rymden är linjärt beroende. Hitta koefficienter a, b, c i utvecklingen $\alpha^{VI} = a\alpha''' + b\alpha'' + c\alpha'$. 4p

3. Låt S vara funktionsytan $z = x^2 + xy^2$.
(a) I vilka punkter är ytans Gausskrökning lika med 0 ?
(b) Hur många plana punkter har ytan?
(c) Avgör om $\alpha(t) = (-5t^4/4, t, 5t^4/16)$ är en asymptotisk kurva på S.
4p

4. Bevisa att för godtyckliga reella tal a, b, c, d sådana att $a^2 + c^2 \neq 0$, kurvan $\alpha(t) = (\cos(at+b), \sin(at+b), ct+d)$ är en geodet på ytan $S : x^2 + y^2 = 1$ i rymden. Förklara betydelsen av villkoret $a^2 + c^2 \neq 0$. 4p

5. Låt S vara en reguljär orienterbar yta med Gaussavbildning N.
(a) Visa att Weingartenavbildningen $-dN_P$ är självadjungerad.
(b) Hur definieras Gausskrökningen K och medelkrökningen H av S i P?
(c) Bevisa olikheten $H^2 \geq K$. Karakterisera ytor för vilka $H^2 = K$ i alla punkter. 4p

6. Två ytor S_1 och S_2 tangerar varandra längs kurvan C. Den kurvan är geodeten för S_1. Bevisa att C är en geodet för S_2. 4p

Efter skrivningstidens slut finns lösningsförslag på kursens hemsida. Skrivningen beräknas vara färdigrättad 23. aug.