MATEMATIK	Dag: 2002-06-12, tid: 8.45-13.45
Göteborgs Universitet	Hjälpmedel: bilagan
Föreläsare: Grigori Rozenblioum (5309)	Telefonvakt: Robert Berman, 0740-350646

Tentamensskrivning i Differentialgeometri, MAN500

1. Ge definitionen av en reguljär yta. Definera vad som menas med tangentplanet till en reguljär yta och visa att det är en linjär rum av dimension 2. Om $F : M \to N$ är en deriverbar avbildning av reguljära ytor, definera dF. I vilka fall kallas sådont F isometri, lokal isometri? 4p

2. Låt S vara skruvytan som parametriseras av $\mathbf{x}(u,v) = (v\cos u, v\sin u, u)$ där $u, v \in \mathbb{R}$.

   (a) Visa att skruvytan är en reguljär orienterbar yta.

   (b) Låt $\gamma(t)$ en geodet på S, och $\theta(t)$ vinkeln mellan γ och koordinatkurvan $v =$Konst som passerar genom punkten $\gamma(t)$. Visa att

   $$\cos\theta(t) = \frac{< \mathbf{x}_u, u'\mathbf{x}_u + v'\mathbf{x}_v >}{|\mathbf{x}_u|}$$

   .

   (c) Visa att $\cos\theta\sqrt{(1+v^2)}$ är konstant längs geodeten.

   4p

3. Låt S vara ellipsoiden $x^2+y^2+z^2/4 = 1$ och C den slutna reguljära kurva som uppstår när S skärs med planet $z = 1$. Bevisa att S är en krökningslinje.Visa att parallelltransporten längs C inte ändrar längden av vektorer. 4p

4. Visa att alla normalplanen till kurvan

   $$\alpha(t) = (\sin^2 t, -\sin t\cos t, \cos t)$$

   går genom origo. 4p

5. Låt S vara ytan $x^2 - y^2 = z$. Bestäm den geodetiska krökningen av kurvan $\alpha(t) = (3, t, 9 - t^2)$.

   4p

6. Bevisa att tangenten till en reguljär kurva i rymden har konstant vinkel med en konstant vektor om och endast om $\tau/k=$ Konstant. 4p

Efter skrivningstidens slut finns lösningsförslag på kursens hemsida. Skrivningen beräknas vara färdigrättad 20 juni.