MATEMATIK
Göteborgs Universitet
Föreläsare: Grigori Rozenblioum (5309)

Dag: 2002-08-14, tid: 8.45-13.45
Hjälpmedel: bilagan
Telefonvakt:Håkan Samuelsson, 0740-350646

Tentamensskrivning i Differentialgeometri, MAN500

1. Ge definitionen för krökningen och torsionen av en reguljär kurva. När är torsionen ej definierad? Beräkna krökningen och torsionen av kurvan
$$\alpha(t) = (t - \sin t, 1 - \cos t, 2t).$$
4p

2. Visa att
$$\{(u \cos v, u \sin v, v + \ln u), u > 0, v \in \mathbb{R}\}$$
är en reguljär yta. Bestäm Gausskrökningen och medelkrökningen. Karakterisera ytans punkter 4p

3. Visa att $f(x, y, z) = (z^4 - z^2 + 1)^{-1/2}(x^2 - y^2, 2xy, z)$ definierar en glatt avbildning $f : S^2 \to S^2$, där S^2 är den enhetsfären $\{p \in \mathbb{R}^3, |p| = 1\}$. Finns det några punkter där df_p är en isometri? Vilka i så fall? 4p

4. Bevisa att kurvan
$$\alpha(t) = (e^t \cos t, e^t \sin t, e^t), t \in \mathbb{R},$$
ligger på ytan $x^2 + y^2 = z^2, z > 0$. Välj en Gaussavbildning för S och beräkna geodetiska krökningen av α relativt S. 4p

5. För att bevisa att kurvan ligger på ytan sätter vi in kurvans koordinater i ytans ekvation och får

    6. Låt S vara en reg. orienterbar yta med Gaussavbildningen N. Hur definieras normalkrökningen av en reguljär kurva C på S i punkten p?

    7. Visa att Weingartenavbildningen är självadjungerad

    8. Hur definieras Gausskrökningen och medelkrökningen av S?

    9. Visa att summan av normalkrökningarna i två ortogonala riktningar ör $2H$.

4p

För vilket värde av b har torsionen av kurvan $\alpha(t) = (3 \cos t, 3 \sin t, bt)$ sitt maximalt värde???
4p

Efter skrivningstidens slut finns lösningsförslag på kursens hemsida. Skrivningen beräknas vara färdigrättad 25 augusti.