Differentialgeometri, VT01

INLAMNINGSUPPGIFT 2

1. Hitta reguljära värden för funktionen $F(x, y, z) = x^2 + 2y^2 - z^2$. För vilka c beskriver ekvationen $F(x, y, z) = c$ en reguljär yta? Hitta en parametrisation till någon del av den ytan. I vika punkter på ytan passar tangentplanen genom origo? Genom $(0, 0, 1)$?

2. Två kurvor $\alpha(s)$ och $\beta(t)$ är givna. Hitta parametrisering till ytan som består av medelpunkterna till alla interval som förbinder punkter på dessa kurvor. Hitta något villkor för den ytan att vara reguljär. Hitta något exempel på kurvor för vilka ytan inte är reguljär och inte ens innehåller någon reguljär del.

3. Beräkna första fundamentalformen för ytan

$$\mathbf{x}(u, v) = (vp\cos u, vq\sin u, v^2).$$

4. Första fundamentalformen för ytan S är

$$ds^2 = du^2 + (u^2 + a^2)dv^2, a > 0.$$

Hitta perimetern av trekantan begränsad av kurvorna

$$u = \pm\frac{av^2}{2}, v = 0.$$

Hitta vinklarna av den trekanten.

Lösningar lämnas in senast 26. februari