

INLÄMNINGSUPPGIFT 2

1. Beräkna första fundamentalformen för paraboloiden

$$\mathbf{x}(u, v) = (av \cos u, bv \sin u, v^2) .$$

2. Visa att $f(x, y, z) = \frac{1}{z^2+1}(x^2 - y^2, 2xy, 2z)$ definierar en glatt funktion $f: S^2 \rightarrow S^2$, där $S^2 = \{p \in \mathbb{R}^3 \mid |p| = 1\}$.
Välj en bas för $T_p(S^2)$ för varje $p \in S^2$ och bestäm matrisen för $df_p: T_p(S^2) \rightarrow T_{f(p)}(S^2)$ relativt denna bas.
3. För vilka värden $c \in \mathbb{R}$ är $f^{-1}(c)$ en reguljär yta, där $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ ges av $f(x, y, z) = x^2y^2 + x^2z^2 + y^2z^2 - 4xyz$?

Lösningar lämnas senast måndagen den 23 februari 2004.