

Tentamensskrivning i MAN500, Differentialgeometri

1. Beräkna krökning och torsion för Vivianis kurva

$$\gamma(t) = (1 + \cos t, \sin t, 2 \sin \frac{1}{2}t) .$$

2. Visa den isoperimetriska olikheten för en enkel sluten reguljär i planet (Wirtingers lemmas får antas).

3. Definiera vad som menas med tangentrummet till en reguljär yta och visa att det är ett linjärt rum av dimension 2.

4. Betrakta ytan $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2y - xz + z = 0\}$ med parametrisering

$$\sigma(u, v) = (u, (u - 1)v, u^2v) .$$

a) Visa att S är en reguljär yta.

b) Beräkna principalkrökningar och principalriktningar i punkten $(1, 0, 0)$.

5. Visa att Ennepers yta

$$\sigma(u, v) = (u - \frac{1}{3}u^3 + uv^2, v - \frac{1}{3}v^3 + vu^2, u^2 - v^2)$$

är en minimalyta.

6. Beskriv geodeterna på en torus.

(5p).

Varje uppgift (utom en) ger maximalt 4 poäng. För godkänd skrivning krävs minst 12 poäng. För väl godkänd krävs minst 18 poäng (utan bonuspoäng).

Tentan räknas vara färdiggrättad fredagen den 31 mars.

Lycka till!

Jan Stevens