Inlämningsuppgift 1 – en miljötillämpning

Torbjörn Lundh, Sten-Åke Wängberg

Använd valfria hjälpmedel, men inlämnas senast fredagen 6 oktober i brevlådan utanför postrummet adresserat till Torbjörn. Muntlig redovisning måndagen 9 oktober i rum G4 (dvs 2247) med grupp 4 kl 10.00, grupp 2 kl 11.00, grupp 1 13.00 och grupp 3 14.00.

Bakgrund: Se separat utdelade kopior av Sten–Åkes OH blad.

Planktons nedsättning i fotosyntesen på grund av uv-strålning

Ultraviolett ljus är skadligt för levande organismer. Vi ska här titta på växtplankton i Antarktis. Plankton (tex fytoplankton) som bestrålas av uv-ljus[1] minskar sin fotosyntes. Ljus med högre intensitet ger kraftigare minskning. Denna effekt är våglängdsberoende. Detta beroende kan modelleras genom att multiplicera den på cellerna infallande ljusintensiteten med en sk. omräkningsfaktor $A_C(I)$. Denna faktor kallas också för *aktionsspektra*. Om man nu integrerar denna resulterade effektiva intensitet över alla UVB våglängder och kallar resultatet κ får vi att kvoten mellan den nedsatta fotosynteseffekten och den obestrålade (maximala) effekten blir $\exp(-\kappa)$.

Ekvationer för omvandling av intensitet till effektiv intensitet:

Låt $A_C(I)$ = omräkningsfaktorn (action coefficient). I = våglängden (i nanometer, nm).

För Antarktis kan vi använda följande modell:

$$A_C(I) = exp(119.65 - 0.6223I + 7.670 * 10^{-4} I^2) - 4.03 * 10^{-3}.$$

Absorption i vattnet

Attenuationskoefficientens[2] beroende av våglängd:

$$K_d(I) = 10^{a*I+b}$$

där vi i vår modell kan sätta

$$a = -0.004745$$

och

$$b = 1.0523$$

Vilket skulle motsvara Jerlovs klassificering av kustnära vatten typ III.

Strålningens intensitet på ett visst djup, relativt ytan bestäms ur Lambert–Bers lag:

$$\text{Absorption} = \ln \frac{E_0}{E} = K_d z,$$

där z är djupet och $E(z)$ är intensiteten vid djupet z (m) och E_0 är intensiteten vid ytan.

Efter en enkel förenkling fås:

$$\ln E(z) = -K_d z + \ln E_0. \tag{1}$$

[1] UVB strålning, 280–320 nm.

[2] Absorption tillsammans med reflektion och spridning.

Tabell för det infallande solspektrat och ozonabsorption

Data för maximal intensitet (solhöjd 90 grader ingen ozon) och absorptionskoefficient för ozon för våglängderna 280-320 nm (dvs UVB strålning).

våglängd I, (nm)	inkommande intensitet E_0, $(W/m^2/nm)$	absorptionskoefficient A
280	0.061909	0.132736
281	0.082287	0.122078
282	0.113473	0.111265
283	0.14075	0.101002
284	0.14591	0.091338
285	0.128718	0.082305
286	0.121437	0.073919
287	0.154734	0.066186
288	0.214351	0.059094
289	0.264153	0.052626
290	0.291136	0.046756
291	0.304075	0.041453
292	0.312396	0.03668
293	0.30644	0.032334
294	0.313608	0.028512
295	0.320842	0.025107
296	0.328232	0.022081
297	0.336046	0.019399
298	0.3451	0.01703
299	0.357036	0.014946
300	0.372026	0.013116
301	0.38591	0.0115
302	0.39653	0.01007
303	0.405294	0.00881
304	0.413414	0.007702
305	0.421359	0.00673
306	0.429272	0.005878
307	0.437196	0.005132
308	0.501075	0.004549
309	0.509466	0.003971
310	0.517872	0.003466
311	0.526293	0.003025
312	0.534726	0.002639
313	0.485208	0.00226
314	0.493285	0.00197
315	0.501384	0.001717
316	0.509511	0.001496
317	0.517681	0.001304
318	0.525925	0.001136
319	0.534308	0.00099
320	0.542949	0.000862

Passagen genom ozonlagret

Solstrålningens effekt avtar ju lägre solen står på himlen. Faktorn B för solhöjdens, S, betydelse för den inkommande intesniteten (antas vara oberoende av våglängden).

$$B(S) = \sin(S)$$

Solhöjdens bestäms av

$$S = \arctan(M/\sqrt{1-M^2}),$$

där

$$M = E_D \sin(\text{Latitud} * \pi/180) + \cos(D_I)\cos(\text{Latitud} * \pi/180)\cos((\text{timme} - 12)\pi/12),$$

$$E_D = 0.398 \sin((\text{Dag} - 80) * 2\pi/365 + 0.0335 * (\sin(\text{Dag} * 2\pi/365) - \sin(1.2771))),$$

$$D_I = \text{declinationen} = \arctan(E_D/\sqrt{1-E_D^2})$$

och

$$\text{Dag} = \text{dag på året} = 30.3\ (\text{MÅ-1}) + \text{dag i månaden.}$$

Detta ger sammantaget att vi kan beräkna intensiteten E efter passagen av ozonlagret genom en analog ekvation till (1) enligt

$$\ln E = -A * D + \ln(B * E_0). \tag{2}$$

Där D är produkten av ozonlagrets koncentration och tjocklek och mäts i enheten *Dubson Units* (DU). Normalvärdet för D är $300 - 400$ DU. Om det gå ner under 200 DU kallas det ett *ozonhål.* (Det lägst uppmätta värdet är 70 DU.)

Uppgifter

1. Plotta den effektiva intensiteten av strålning med våglängden 300 nm, för ett plankton på 5 m djup 12 mars för Latitud 70° som en funktion av tiden från 07.00 till 17.00, då ozonskiktet har ett värde av 400 DU.

2. Hur mycket minskar den totala (dvs över alla uvb-frekvenser i tabellen) fotosynteseffekten klockan 12.00 och 14.00 under samma dag och samma djup om ozonskiktet istället var 200 DU? Plotta fotosyntesinhiberingen som funktion av tjockleken på ozonlagret mellan 50 och 400 DU. Vad kan man säga om det resultatet?

3. Låt oss beteckna den totala fotosynteseffekten med funktionen f (enhet: timme^{-1}), där f beror av variablerna z, Latitud, Dag, timme, D.

   Linearisera denna funktion på följande vis. Låt $\bar{1} = (1, 1, \ldots, 1)$ vara en 1×41 matris och $\bar{\Delta}^t = (\Delta z, \Delta Latitud, \Delta Dag, \Delta timme, \Delta D)$, en vektor med "avvikelser". Hitta matriserna H och G så att

   $$f(5 + \Delta z, 70 + \Delta\text{Latitud}, 12:\text{e mars} + \Delta\text{Dag}, 14 + \Delta\text{timme}, 200 + \Delta D) \approx$$

   $$\approx \bar{1}(H + G\bar{\Delta}).$$

   (Ledning: Jämför med ett första ordningens Taylorpolynom.)

4. Några reflektioner?

Experter till hands:

Anders Öhgren <ohgren@math.chalmers.se>,
Sten-Åke Wängberg <sten-ake.wangberg@fysbot.gu.se>.