

## Tentamensskrivning i linjär och multilinjär algebra(Mam 750)

Onsdagen den 27 november, 2002

14.00 -

- 1 Beräkna ordningen av automorfismgrupperna till följande abelska grupper
  - a)  $\mathbb{Z}_2 \oplus \mathbb{Z}_2$
  - b)  $\mathbb{Z}_3 \oplus \mathbb{Z}_3$
  
- 2 Visa att de rationella funktionerna  $\frac{1}{x-a}$  är linjärt obereonde för skilda konstanter  $a$ . Vad för slutsats kan vi dra om dimensionen av kroppen av alla rationella funktioner  $\mathbb{C}(X)$  över  $\mathbb{C}$ ?
  
- 3 De Hamiltonska kvaternionerna  $\mathbb{H}$  och matrisringen  $M(2, \mathbb{R})$  utgör båda liealgebror under  $[a, b] = ab - ba$ . Visa att båda har 3-dimensionelle del-algebror. Karaktärisera dessa!
  
- 4 På hur många olika sätt upp till konjugering kan vi inbädda  $S_3$  i  $Sl(4, \mathbb{C})$ ?  
Ledning: Betrakta olika irreducibla dekompositioner av ett 4-dimensionellt vektorrum med en verkan av  $S_3$
  
- 5  $\text{Hom}(\mathbb{Z}_4^2, \mathbb{Z}_4^2)$  är en ändlig modul över  $\mathbb{Z}$ . Uppdela den i cykliska delmoduler.
  
- 6 Ge ett exempel på en  $3 \times 3$  matris med rationella koefficienter sådan att dess karakteristiska polynom är  $X^3 + X + 1$ . Har en sådan matris några invarianta delrum?
  
- 7 Beräkna  $\mathbb{Z}_6 \otimes \mathbb{Z}_{10}$ !

Ulf Persson

27/11 2002