

Tentamen, Inledande kurs MAN001, Funktionslära

OBS! Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper.

1. Derivera följande funktioner

a) $e^{(x^2+2x+8)}$ b) $(\ln|\frac{3x+1}{x^2+x+5}|)^2$ c) $\cos(\ln(\sqrt{1+x^2}))$ d) $(x^2+1)^x$

(9p)

2. Beräkna följande gränsvärden

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 + x^2 - 3}{x^4 - x^3 + 8}$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\pi^2 \cos(\pi \frac{\sin x}{x})}{\pi + x^2}$ c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^3 - 3x}{2x^4 + 2x}$ d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - x}{1 - \cos x}$

(9p)

3. Beräkna följande integraler

a) $\int \frac{1}{\cos^2(2x)} dx$ b) $\int_1^e x^2 \ln x dx$ c) $\int \frac{x^4 - x^3 + 2x^2}{x^3 - x^2 + x - 1} dx$

(9p)

4. Lös följande differentialekvationer

a) $(x+1)y' + 2y = (x+1)^3$
b) $\frac{1}{x}y' = y^2 - 1$ och finn sedan en lösning sådan att $y(0) = -1$
c) $y'' + 3y' + 2y = xe^{-x}$

(10p)

5. Lös följande system av differentialekvationer

$$y'(x) = y(x) - 4z(x), \quad z'(x) = 2y(x) + 7z(x)$$

(7p)

6. Beräkna

$$\frac{d}{dx} \int_x^{x^2} e^{t^2} dt$$

(6p)