

**Tentamen, MAN001/MAN110 Inledande kurs, Funktionslära**

OBS! Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper.

---

1. Derivera följande funktioner

a)  $\ln|x^2 + 2x + 8|$  b)  $e^{\cos(\ln x^2)}$  c)  $(\tan x)^{x^2}$  (9p)

2. Beräkna om möjligt följande gränsvärden

a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - x + 5}{x^4 + x^3 + x^2 + 2x - 1}$  b)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 + 81}{x - 3}$  c)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$  (9p)

3. Beräkna följande integraler

a)  $\int \frac{1}{\cos^2(2x)} dx$  b)  $\int x e^{x^2} dx$  c)  $\int \frac{\tan(2 \ln x)}{x} dx$  (9p)

4. Lös följande differentialekvationer

a)  $(x + 1)y' + 2y = (x + 1)^3$   
b)  $y' + \frac{1}{x}y = \sin x$  för  $x > 0$  och finn sedan en lösning sådan att  $y(\pi) = 1$  (8p)

5. Konstruera och rita grafen till funktionen

$$f(x) = \ln(x^3 - 3x)$$

(7p)

6. Lös differentialekvationen i uppgift 4 b),  $y' + \frac{1}{x}y = \sin x$ , (d v s finn alla lösningar definierade på en så stor delmängd av de reella talen  $\mathbb{R}$  som möjligt) och undersök sedan om det bland de funna lösningarna finns någon lösning  $y(x)$  definierad för alla  $x \in \mathbb{R}$ . Motivera noga! (8p)