

# Inledande kurs, MMG000/Naturvetarmatematik A, MMGK10, Funktionslära 080310

Skrivtid: 8.30-13.30

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.

Telefon: Marcus Warfheimer, 0762-721861

Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper.

1. Kvadratkomplettera följande uttryck

$$\text{a) } x^2 + 2x + 3 \quad \text{b) } x^2 - 3x + 1 \quad \text{c) } -3x^2 + 9x - 12 \quad (6\text{p})$$

$$2. \text{ Finn de } x \text{ för vilka gäller } \frac{1}{x+1} < \frac{2}{x} \quad (6\text{p})$$

3. Beräkna derivatan av följande funktioner

$$\text{a) } e^{x^2} \quad \text{b) } \frac{\sqrt{x^3+x}}{e^{2x}} \quad \text{c) } (\ln x)^{\ln x} \quad (6\text{p})$$

4. Beräkna

$$\text{a) } \int_1^2 x e^{x^2} dx \quad \text{b) } \int \frac{1}{x^2+2} dx \quad \text{c) } \int \frac{dx}{(x-2)\sqrt{x-1}} dx \quad \text{d) } \int \sin(\sqrt{x}) dx \quad (6\text{p})$$

5. a) Låt funktionen  $f$  vara given av  $f(x) = \frac{x^2+1}{3x^2+2x-1} + \frac{1}{2} \frac{1}{x+1}$ ,  $x \neq -1$  och  $f(-1) = A$ .Vad är funktionens definitionsmängd,  $D_f$ ? Bestäm om möjligt  $A$  så att funktionen  $f$  blir kontinuerlig.

$$\text{b) Bestäm om möjligt } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 4x + 19}{2x^3 + x^2 + x - 1} \quad \text{c) Bestäm om möjligt } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x} - 5e^x}{8e^{3x}}$$

$$\text{d) Bestäm om möjligt } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} \quad (6\text{p})$$

6. Bland 2:a gradens polynom i  $x$  med koefficient 1 framför högsta potensen, finn det unika polynom som har nollställen  $x = 5$  och  $x = 6$ . Bestäm detta polynoms största eller minsta värde. (6p)7. a) Lös differentialekvationen  $(x+1)y' + 2y = (x+1)^3$ 

b) Är funktionen  $y(x) = \begin{cases} Ax^2 & \text{för } x \leq 0 \\ Bx^2 & \text{för } x \geq 0 \end{cases}$  där  $A, B$  godtyckliga, en lösning till differentialekvationen  $xy' = 2y$  på  $\mathbb{R}$ ? Ger detta i så fall alla lösningar; om inte, vad är lösningarna? Förklara varför/varför inte för dessa frågor. (7p)

$$8. \text{ Lös integralekvationen } y = 1 + \frac{1}{4} \int_0^{2x} ty(t/2) dt \quad (7\text{p})$$