

# Inledande kurs, MMG000/Naturvetarmatematik A, MMGK10, Funktionslära 090817

Skrivtid: 8.30-13.30

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.

Telefon: Aron Lagerberg, 0762-721861

Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper.

1. Förenkla

$$\text{a) } \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}{\frac{x^2 - y^2}{(xy)^2}} \quad \text{b) } \frac{\frac{x}{y} - \frac{y}{x}}{\frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 2} \quad \text{c) } \frac{\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}}{\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}}. \quad (6\text{p})$$

$$2. \text{ Lös olikheten} \quad \text{a) } \frac{2x^2}{x+2} < x-2, \quad \text{b) } \frac{1-x^4}{1-(x^2+1)^2} < 1. \quad (6\text{p})$$

3. Ge definitionen av att a) en funktion är kontinuerlig, b) en funktion är deriverbar. (7p)

$$4. \text{ Lös ekvationen} \quad \text{a) } x = \sqrt{x} + 2, \quad \text{b) } \cos 2x + 3 \cos x - 1 = 0. \quad (7\text{p})$$

5. Beräkna derivatan av följande funktioner

$$\text{a) } \cos x^3 \quad \text{b) } \ln \frac{|x|}{\sqrt{1+x^2}} \quad \text{c) } \tan(\sin x^2) \quad \text{d) } (1 + \cos x)^{1/x} \quad (8\text{p})$$

6. Beräkna

$$\text{a) } \int x\sqrt{x} dx \quad \text{b) } \int xe^{x^2} dx \quad \text{c) } \int x\sqrt{x+1} dx \quad \text{d) } \int e^{\sqrt{x}} dx \quad (6\text{p})$$

7. Lös begynnelsevärdesproblemet

$$y' + x^2y = x^2, \quad y(0) = 2. \quad (5\text{p})$$

8. Bevisa Integralkalkylens huvudsats: Om  $f \in C([a, b])$  så gäller  $\frac{d}{dx} \int_a^x f(t) dt = f(x)$ 

$$\text{och } \int_a^b f(t) dt = F(b) - F(a), \text{ där för } F \text{ gäller } F'(x) = f(x), \quad a \leq x \leq b. \quad (5\text{p})$$