

Inledande kurs, MMG000/Naturvetarmatematik A, MMGK10, Funktionslära 080828

Skrivtid: 8.30-13.30

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.

Telefon: Christoffer Cromvik, 0762-721861

Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper.

1. Kvadratkomplettera följande uttryck

$$\text{a) } x^2 + 2x + 3 \quad \text{b) } x^2 - 3x + 1 \quad \text{c) } -3x^2 + 9x - 12 \quad (6\text{p})$$

2. Beräkna derivatan av följande funktioner

$$\text{a) } \tan(\sin x) \quad \text{b) } \cos(x^2) \ln x \quad \text{c) } x^x \quad (6\text{p})$$

$$3. \text{ Finn de } x \text{ för vilka gäller } x + 3 \geq \frac{2x}{x-2} \quad (6\text{p})$$

$$4. \text{ Lös ekvationen } 2x^4 + x^3 - 3x^2 - 10x - 8 = 0. \quad (6\text{p})$$

5. Beräkna

$$\text{a) } \int_1^2 x e^{x^2} dx \quad \text{b) } \int \frac{1}{x^2 + 2} dx \quad \text{c) } \int \frac{dx}{(x-2)\sqrt{x-1}} dx \quad \text{d) } \int \sin(\sqrt{x}) dx \quad (6\text{p})$$

$$6. \text{ a) Låt funktionen } f \text{ vara given av } f(x) = \frac{x^2 + 1}{3x^2 + 2x - 1} + \frac{1}{2} \frac{1}{x + 1}, \quad x \neq -1 \text{ och } f(-1) = A.$$

Vad är funktionens definitionsmängd, D_f ? Bestäm om möjligt A så att funktionen f blir kontinuerlig.

$$\text{b) Bestäm om möjligt } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 4x + 19}{2x^3 + x^2 + x - 1} \quad \text{c) Bestäm om möjligt } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x} - 5e^x}{8e^{3x}}$$

$$\text{d) Bestäm om möjligt } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} \quad (6\text{p})$$

$$7. \text{ Låt } y(x) = \int_0^x \cos t dt. \text{ Finn en 2:a ordningens ordinär linjär differentialekvation, ODE, sådan att } y(x) \text{ är en lösning till denna differentialekvation.} \quad (7\text{p})$$

$$8. \text{ Formulera och skissa ett bevis för Analysens huvudsats.} \quad (7\text{p})$$