

Inledande kurs, MMG000/Naturvetarmatematik A, MMGK10, Funktionslära 100312

Skrivtid: 8.30-13.30

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.

Telefon: Ida Säfström, 0703-088304

Besked om rättning av tentan ges på kurshemsida.

Skriv kurs och inskrivningsår på omslaget; skriv personliga koden på samtliga inlämnade papper.

1. Finn genom kvadratkomplettering, om möjligt största och/eller minsta värde för $-5x^2 + 15x - 25$ och avgör i så fall för vilka x detta uttryck antar dessa värden. (6p)

2. Lös olikheten

$$x + 3 \geq \frac{2x}{x - 2} \quad (6p)$$

3. Beräkna om möjligt

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(6x^2 - 1)(5x + 1)}{15x^3 - x + 1}$, b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - x + 1}$, c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 5x - 2}{x^2 - 4}$,
 d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$. (8p)

4. Beräkna derivatan av följande funktioner

a) $x \ln x$ b) $\frac{\tan x}{e^{3x^2}}$ c) $\tan(\sin x^2)$ d) $x^{\cos x}$ (6p)

5. Beräkna

a) $\int_0^1 \frac{1}{x^2 - 5x + 6} dx$, b) $\int \frac{\sin x}{1 + \cos^2 x} dx$. (6p)

6. Låt a och c_0 vara konstanter. Lös differentialekvationen

a) $y' + ay = c_0$, b) $y' = 2xy^2$. (6p)

7. Rita (skissa) grafen till funktionen $f(x) = \arctan x + \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$. (Konvexitet/konkavitet behöver inte utredas.) (6p)

8. Bevisa Integralkalkylens huvudsats: Om $f \in C([a, b])$ så gäller att $\frac{d}{dx} \int_a^x f(t) dt = f(x)$

och $\int_a^b f(t) dt = F(b) - F(a)$, där för F gäller $F'(x) = f(x)$, $a \leq x \leq b$. (6p)