MMG000, Svar till gamla tentor

MAN001, Funktionslära, 060324.

1) a) $2(x+1)e^{(x^2+2x+8)}$, b) $2\ln|\frac{3x+1}{x^2+x+5}|\frac{(-3x^2-2x+14)}{(3x+1)(x^2+x+5)}$, c) $-\sin(\ln\sqrt{1+x^2}\frac{x}{1+x^2}$, d) $(x^2+1)^{x-1}((x^2+1)\ln(x^2+1)+2x^2)$; **2)** a) 7, b) $-\pi$, c) $-3/2$, d) -1; **3)** a) $\frac{1}{2}\tan(2x)+C$, b) $\frac{1}{9}(2e^3+1)$, c) $\frac{1}{2}x^2+\ln|x-1|+\arctan x+C$; **4)** a) $y=\frac{1}{5}(x+1)^3+C(x+1)^{-2}$, b) $y=\frac{1-Ce^{x^2}}{1+Ce^{x^2}}$ där $C\in\mathbb{R}$ (allmän lösning), $y=-1$ (singulär lösning); så sökt lösning är $y=-1$, c) $y=y_h+y_p=Ae^{-x}+Be^{-2x}+\frac{1}{2}x(x-2)e^{-x}$; **5)** $y=C_1 2e^{3x}+C_2e^{5x}$, $z=-C_1e^{3x}-C_2e^{5x}$; **6)** $2xe^{x^4}-e^{x^2}$.

MAN001, Funktionslära, 060819.

1) a) $\frac{2(x+1)}{x^2+2x+8}$, b) $\frac{-2\sin(\ln x^2)}{x}e^{\cos(\ln x^2)}$, c) $(\tan x)^{x^2}(2x\ln(\tan x)+\frac{x^2}{\tan x}+x^2\tan x)$; **2)** a) 0, b) existerar ej, c) -1; **3)** a) $\frac{1}{2}\tan(2x)+C$, b) $\frac{1}{2}e^{x^2}+C$, c) $-\frac{1}{2}\ln|\cos(2\ln x)|+C$; **4)** a) $y=\frac{1}{5}(x+1)^3+C(x+1)^{-2}$, b) $y=-\cos x+\frac{\sin x}{x}$; **5)** $D_f=\{-\sqrt{3}<x<0\}\, bigcup\{x>\sqrt{3}\}$. Funktionen är för $x>-\sqrt{3}$ växande från $-\infty$ till $\ln 2$ som är ett lokalt maximum och antas i $x=-1$, och avtar sedan mellan $x=-1$ och $x=0$, mot $-\infty$. För $x>\sqrt{3}$ ärfunktionen strängt växande mot ∞. **6)** Ekvationen är i uppg. 4 b) löst med $y=-\cos x+\frac{\sin x}{x}+\frac{C}{x}$ där C kan väljas olika, C_1 för $x<0$ och C_2 för $x>0$. Vi ser att hur vi än väljer dessa två konstanter kan ju inte y vara kontinuerlig på hela $\mathbb{R}$ om inte $C_1=C_2=0$. Så $y=-\cos x+\frac{\sin x}{x}$, $x\in\mathbb{R}$, där vi satt $\frac{\sin x}{x}|_{x=0}=1$.

MAN001, Funktionslära, 070312.

1) a) $\frac{e^{2x(4(x^3+1)+3x^2)}}{2\sqrt{x^3+1}}$, b) $\frac{2e^{x^2}(x^2+1)}{x^3}$, c) $2(\ln x)x^{\ln x-1}$. **2)** a) $x=\pi+n2\pi$. **3)** $x_1=1,\ x_2=-2,\ x_{3,4}=\pm i\sqrt{2}$. **4)** a) $\frac{\cos x}{1+\sin x}$, b) $e^{1/4}$. **5)** $a=3,\ b=4$. **6)** a) $2(\sqrt{x}-\ln(1+\sqrt{x})+C$, b) e^2+2e^{-1}, c) $x+8\ln|x-1|-(7/12)\ln(x^2+1)-12(\arctan x)+C$. **7)** a) $y=-1+2e^{x^2/2}$, b) $y\equiv 0$. **8)** Funktionen har lokalt max i $x=-\sqrt{2}-1$, lokalt min i $x=\sqrt{2}-1$ samt lodrät asymptot i $x=-1$. Dessutom sned asymptot $y=x-1$ då $x\to\pm\infty$.

MAN001, Funktionslära, 070820.

1) a) $1+\ln x$, b) $\frac{2x}{\cos^2(x^2)}$, c) $(1+\ln x)x^x$. **2)** a) $x=-(\pi/2)+n2\pi$, $x=(\pi/6)+n2\pi$, c) $x=(5\pi/6)+n2\pi$. **3)** $x_1=1,\ x_{2,3}=\pm i\sqrt{2}$. **4)** 1. **5)** 2/3. **6)** a) $2(\sqrt{x}-\ln(1+\sqrt{x})+C$, b) e^2+2e^{-1}, c) $x+8\ln|x-1|-(7/12)\ln(x^2+1)-12(\arctan x)+C$. **7)** a) $y=-1+2e^{x^2/2}$, b) $y\equiv 0$. **8)** Funktionen har lokalt max $-2(\sqrt{2}+1)$ i $x=-\sqrt{2}-1$, lokalt min $2(\sqrt{2}-1)$ i $x=\sqrt{2}-1$ samt lodrät asymptot i $x=-1$. Dessutom sned asymptot $y=x-1$ då $x\to\pm\infty$.

MAN001, Funktionslära, 080114.

1) a) $x_1=-1,\ x_2=\ln(5/3)/\ln(3)$, b) $4(13-2\sqrt{39})\approx 2,04002$. **2)** $a=1,\ b=2$. **3)** a) $1+\ln x$, b) $2x(1+\tan(x^2))$, c) $x^x(1+\ln x)$. **4)** a) $\frac{1}{3}\ln|\frac{x-3}{x}|+C$, b) $\arctan(\sin x)+C$. **5)** $y=1+6e^{-x^2/2}$ **6)** a) $\frac{\cos x}{1+\sin x}$, b) $e^{1/4}$. **7)** a) $2(\sqrt{x}-\ln(1+\sqrt{x})+C$, b) e^2+2e^{-1}, c) $x+8\ln|x-1|-(7/12)\ln(x^2+1)-12(\arctan x)+C$. **8)** a) $y=-1+2e^{x^2/2}$, b) $y\equiv 0$.