

### Tentamen, MMG010 Introduktionskurs

OBS! Skriv tentamenskoden på samtliga inlämnade papper.

---

1. a) Lös ekvationen  $\frac{1}{x} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ . (2p)
- b) Beräkna  $(4711)^2 - (3711)^2$ . (2p)
- c) Beräkna (exakt)  $\cos(2010^\circ)$ . (2p)
- d) Bestäm koefficienten för  $x^3y^2$  i utvecklingen av  $(3x - 2y)^5$ . (2p)
  
2. a) Bestäm alla lösningar till ekvationen
$$9e^{2x} + 3e^x - 2 = 0.$$
(3p)
- b) För vilka reella tal  $x$  gäller att  $\frac{1}{x^2 - 1} < \frac{1}{x^2 + 1}$ ? (3p)
  
3. a) Bestäm på formen  $x^2 + y^2 = ax + by + c$  en ekvation för cirkeln genom punkterna  $(1, 1)$ ,  $(2, 3)$  och  $(5, 1)$ . (3p)
- b) Bestäm cirkelns medelpunkt och radie. (3p)
  
4. a) Lös ekvationssystemet  $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 4x + 5y = 6 \end{cases}$ . (2p)
- b) Lös (för alla värden på parametrarna  $p$  och  $q$ ) ekvationssystemet  $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 4x + py = q \end{cases}$ . (4p)
  
5. a) Härled en formel för  $\cos(3v)$  uttryckt i  $\cos v$ . (2p)
- b) Antag att  $\tan \alpha = \sqrt{26}$  där  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ , och sätt  $A = 2\sqrt{3} \cos(\frac{\alpha}{3})$ . Visa att  $A^3 = 9A + 2$ . (4p)
  
6. En triangel med sidlängderna 8, 6 och 4 är inskriven i en cirkel. Beräkna längden av den cirkelkorda, som går genom de båda mittpunkterna på triangelns två längsta sidor. (6p)

Godkändgräns: 19p.