

### Tentamen, MMG010 Introduktionskurs

OBS! Skriv tentamenskoden på samtliga inlämnade papper.

---

1. a) Lös ekvationen  $\frac{1}{2} + \frac{x}{3} = \frac{1}{3x}$ . (2p)  
b) Vilka reella tal  $x$  uppfyller  $|2x - 4| < 4$ ? (2p)  
c) Bestäm genom kvadratkomplettering det minsta värdet för uttrycket  $2x^2 - 12x + 22$  där  $x \in \mathbb{R}$ . (2p)
2. a) Beräkna exakta värdet av  $\sin 75^\circ$ . (2p)  
b) Lös ekvationen  $2^{2x} - 7 \cdot 2^x - 8 = 0$ . (3p)  
c) För vilka  $x$  gäller att  $\frac{1}{x} < \frac{1}{x+1}$ ? (3p)
3. a) Finn för alla olika värden på  $k \in \mathbb{R}$ , antalet lösningar till ekvationssystemet 
$$\begin{cases} 3x - 2y = 3 \\ 9x - 6y = k \end{cases} \quad (3p)$$
  
b) Lös ekvationen  $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$ . (3p)
4. a) Ange den geometriska betydelsen av ekvationen  $x^2 + y^2 - 4y = 5$ . (3p)  
b) Bestäm ekvationen för cirkeln med medelpunkt  $(-1, 3)$  och som går genom punkten  $(1, 1)$ . (3p)
5. a) Polynomet  $2x^3 - 3x^2 + 4x - 5$  divideras med  $x^2 + 2x - 3$ . Bestäm kvotpolynomet  $K(x)$  och restpolynomet  $R(x)$ . (3p)  
b) Förklara hur man utan att utföra divisionen  $x^3 - 7x + 6/x^2 + 2x - 3$  kan avgöra om divisionen går jämnt ut; d v s om resten vid divisionen är noll. Är resten noll? (3p)
6. Bevisa **Cosinusteoremet** för en triangel och använd det för att bevisa additionsformeln för cosinus,  $\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$ . (6p)

Godkändgräns: 18p.