

MMG100 Elementär talteori
Sommaren 2009 juni

Svar till exempel på uppgifter till duggan

1. Bestäm alla positiva heltal x, y och z sådana att $x! + y! = z!$

Svar: $x=y=1, z=2$

2. Bestäm alla primtal p sådana att $17p + 1$ blir en jämn kvadrat.

Svar: $p=19$

3. För vilka positiva heltal n är $\Phi(4n) = 2\Phi(n)$?

Svar: alla udda n .

4. Om p är ett primtal kommer talen $\{1, 2, 3, \dots, p-1\}$ att utgöra ett fullständigt restsystem modulo p .

Gäller det även för talen $\{1^2, 2^2, 3^2, \dots, (p-1)^2\}$?

Svar: nej.

5. Antag att a är en kvadratisk rest modulo det udda primtalet p . Visa att även $-a$ är en kvadratisk rest om och endast om $p \equiv 1 \pmod{4}$

6. Lös kongruensen $x^2 \equiv 8 \pmod{287}$

Svar: $x=34, 48, -34, -48$

7. Vad blir resten då 55^{142} delas med 143?

Svar: 55

8. Finns det något x sådant att $x^2 \equiv 71 \pmod{73}$?

Svar: ja.

9. Bestäm alla positiva heltal a och b med största gemensamma delare 18 och minsta gemensamma multipel 630.

Svar: 18 och 630 eller 90 och 126

10. Visa att om n är ett positivt heltal är $n^2 + n + 1$ aldrig kvadraten på ett heltal.