

Tentamen i Elementär talteori, MMG100 19 sept 2009

Examinator: Johan Berglind

Telefonvakt: 076 – 272 18 61

Tillåtna hjälpmedel: typgodkänd räknedosa

Motivera lösningarna noggrant.

1. Är $54^{103} + 69^{67}$ delbart med 13? **(3p)**
2. Låt p vara ett primtal >5 och s ett heltal.
Antag att p delar $s^2 - 5$.
Visa att p är kongruent med antingen 1 eller 4 modulo 5. **(4p)**
3. För vilka positiva heltal n är $\Phi(2n) > \Phi(n)$? **(3p)**
4. Visa att det finns ett positivt heltal $n \leq 504$
sådant att $379^n \equiv 1 \pmod{1073}$
Ledning: $1073 = 29 \cdot 37$ **(4p)**
5. Låt p vara ett udda primtal som kan skrivas $= 2a^2 + b^2$
där a och b är heltal.
Visa att p är kongruent med antingen 1 eller 3 modulo 8. **(3p)**
6. Bestäm alla heltal x och y sådana att $2x^3 - 7y^3 = 3$. **(4p)**
7. Låt q vara ett udda primtal.
Antag att även $p = 2^q - 1$ är ett primtal.
Visa att $x^2 \equiv 3 \pmod{p}$ saknar lösning. **(4p)**