Tentamen i Elementär talteori, MMG100   torsdag 24 oktober 2013

Kl 8.30 – 12.30

Examinator: Johan Berglind

Telefonvakt: Anna Persson   tel 0703 – 088304

Tillåtna hjälpmedel: typgodkänd räknedosa

Motivera lösningarna noggrant.

1. Är $2 \cdot 54^{146} + 33^{97}$ delbart med 17? **(3p)**

2. Bestäm alla heltal *x* och *y* sådana att $x^3 + y^3 = p$
   där *p* är ett primtal, $p \equiv 2 \ (mod\ 3)$ **(3p)**

3. Låt p vara ett udda primtal och $\sum_{k=1}^{p-1} \frac{1}{k} = \frac{A_p}{B_p}$ där $(A_p, B_p) = 1$.
   Visa att A_p är delbart med p. **(5p)**

4. Bestäm det minsta positiva tresiffriga udda heltalet *n* sådant
   att $\phi(n)$ är delbart med 8. **(2p)**

5. Finns det något heltal *x* sådant att $x^2 \equiv 85 \ (mod\ 101)$? **(3p)**

6. Bestäm alla inkongruenta lösningar till $7x^9 \equiv 4 \ (mod\ 13)$.
   (2 är primitiv rot till 13.) **(4p)**

7. Låt p vara ett primtal sådant att $p \equiv 5 \ (mod\ 8)$
   Om kongruensen $x^2 \equiv a \ (mod\ p)$ är lösbar, visa att
   en av lösningarna är antingen $x = a^{\frac{p+3}{8}}$ eller $x = 2a(4a)^{\frac{p-5}{8}}$ **(5p)**