

Examinator: Anders Martinsson

Telefonvakt: Edvin Wedin, telefon: 5325

Hjälpmedel: Inga hjälpmedel, ej heller räknedosa

För godkänt på tentan krävs 12 poäng, för väl godkänt 18 poäng.

OBS: Motivera dina svar väl. Det är i huvudsak beräkningarna och motiveringarna som ger poäng, inte svaret.

1. Bestäm resten av $2000 \cdot (2020^{2020} - 2 \cdot 2^{2020} - 2020^2)$ vid division med 2017. (2017 är ett primtal.) (3p)
2. Visa att ekvationen $x^2 + y^2 = 1003$ saknar heltalslösningar. (2p)
3. Bestäm resten av $25!$ vid division med 29. (3p)
4. Finn alla primitiva rötter modulo 19. Det är viktigt att du redovisar dina uträkningar. (3p)
5. Hur många inkongruenta heltalslösningar har ekvationen $x^6 \equiv 64 \pmod{105}$? Du behöver inte beräkna lösningarna. (Tips: Dela upp i primalfaktorer och använd Kinesiska restsatsen.) (3p)
6. Två positiva heltal a och b uppfyller att deras största gemensamma delare (a, b) och deras minsta gemensamma multipel $[a, b]$ båda är kvadrater. Visa att a och b själva då måste vara kvadrater. (3p)
7. Låt p vara ett udda primtal sådant att $p \equiv 1 \pmod{8}$. Visa att $\frac{p-1}{2}$ är en kvadratisk rest modulo p . (3p)
8. (a) Beräkna den största gemensamma delaren mellan $10^8 - 1 = 99999999$ och $10^{13} - 1 = 9999999999999$. (2p)
(b) Låt a och b vara positiva heltal. Bevisa en allmän formel för $(10^a - 1, 10^b - 1)$. (3p)

Lycka till!