

Tentamen i Elementär talteori, 5p

18 aug 2008 8.30 – 13.30

Examinator: Johan Berglind

Telefonvakt: Ragnar Freij 076 – 272 18 61

Tillåtna hjälpmedel: typgodkänd räknedosa

Motivera lösningarna noggrant.

1. Bestäm resten då talet 12345^{6789} divideras med 11. (3p)
2. Bestäm alla positiva heltal x och y sådana att $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{7}$ (4p)
3. Bestäm alla lösningar till kongruensen $8x^7 \equiv 5 \pmod{13}$ (3p)
(2 är en primitiv rot modulo 13)
4. Bestäm alla positiva heltal $x < 77$ sådana att $x^2 \equiv 64 \pmod{77}$ (3p)
5. Låt p vara ett primtal sådant att $p \equiv 3 \pmod{4}$.
Visa att $\left(\frac{p-1}{2}\right)! \equiv \pm 1 \pmod{p}$ (4p)
6. Låt n vara ett positivt heltal och $\Phi(n)$ Eulers phi-funktion.
Visa att $\Phi(n) \geq \frac{\sqrt{n}}{2}$ (4p)
7. Låt p och q vara udda primtal med $p = q + 4a$ för något heltal a .
Visa att $\left(\frac{a}{p}\right) = \left(\frac{a}{q}\right)$ (4p)