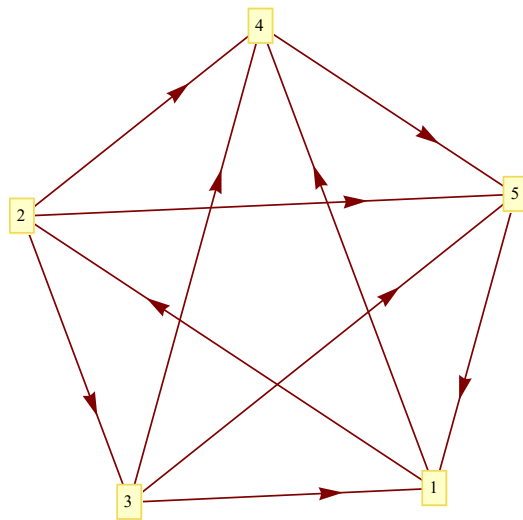


MMG100 sommaren 2019

Tre extra uppgifter om induktion

1. I ett nätverk av n städer är varje par av städer förbundna med varandra med en **enkelriktad** väg. Visa med induktion att det för varje $n \geq 2$ existerar en stad S så att man **från** varje annan stad kan färdas **till** S över **högst två** vägar.

I exemplet nedan kan S vara stad 1 eller 5 men ingen av de andra.



2. På en tillställning finns $2n$ gäster där n är ett heltal >0 . Några gäster skakar hand med varandra, andra gör det inte, men vi vet att det inte finns tre gäster som alla skakade hand med varandra. Visa med induktion att det totala antalet handskakningar inte kan vara mer än n^2 .
3. Låt $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ vara en sekvens av reella tal sådan att $a_{i+j} \leq a_i + a_j$ för alla positiva index i och j .

Visa att $\sum_{i=1}^n \frac{a_i}{i} \geq a_n$ för alla positiva heltal n .