Tentamen i MMG100 Elementär talteori 2019 – 08 – 23 kl 8.30 – 12.30

Examinator: Johan Berglind
Telefonvakt: Jimmy Johansson, ankn 5325
Hjälpmedel: Inga

För godkänt krävs 12 poäng, för väl godkänt 18 poäng.

Motivera alla svar väl.

1. Bestäm alla positiva heltal *x* sådana att

$$\begin{cases} x \equiv 3 & (mod\ 4) \\ 2x \equiv 3 & (mod\ 5) \\ 4x \equiv 3 & (mod\ 7) \end{cases}$$ **(3p)**

2. Bestäm resten då $84!$ delas med 89. **(3p)**

3. Bestäm alla positiva heltal x sådana att
   $8x^7 \equiv 5 \ \ (mod\ 13)$
   (2 är en primitiv rot till 13.) **(3p)**

4. Bestäm alla positiva heltal *n* sådana att $\Phi(n)$ ***inte*** är delbart med 4.
   (Φ är som vanligt Eulers funktion.) **(4p)**

5. Bestäm alla heltal *a*, $1 \leq a \leq 36$, sådana att $ord_{37}a = 9$.
   (2 är en primitiv rot till 37.) **(4p)**

6. Låt *n* vara ett positivt heltal ej delbart med 5.
   Bestäm alla sådana *n* där $A = n^4 + 4^n$ är ett primtal. **(4p)**

7. Låt *k* vara ett udda positivt heltal. Visa med induktion
   att $k^{(2^n)} - 1$ är delbart med 2^{n+2} för alla heltal $n \geq 1$ **(4p)**