

Gruppuppgift 1

1 Analytisk geometri i planet

Det här avsnittet syftar till att repetera lite om punkter, avstånd, vinklar och räta linjer i planet. Om inte gymnasiekunskaperna räcker till för att lösa uppgifterna kan kanske "Vektoralgebra" hjälpa till.

Låt P , Q och R vara punkterna $P = (3, 5)$, $Q = (2, 6)$ och $R = (1, 2)$.

1. Beräkna $d(P, Q)$, $d(P, R)$ och $d(Q, R)$.

($d(A, B)$ är avståndet mellan A och B .)

2. Beräkna $\angle POQ$ och $\angle PRQ$.

(Här betecknar \angle vinkeln och O är origo, dvs. $O = (0, 0)$.)

Låt

$$l_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; 2x + 3y = 5\}, \quad l_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; 4x + 6y = -2\}$$

och

$$l_3 = \{(-2, -2) + t(4, 5); t \in \mathbb{R}\}.$$

(Ett annat sätt att beskriva l_3 är

$$l_3 = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2; \begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -2 + 5t \end{cases}, t \in \mathbb{R} \right\}.$$

3. Skissera l_1 , l_2 och l_3 . Har l_1 och l_2 en skärningspunkt? Har l_1 och l_3 det? Hur är det med l_2 och l_3 ? Om ja: Var?

4. Beräkna vinkeln mellan l_2 och l_3 .

5. Ange (x_0, y_0) och (x_1, y_1) så att

$$a) \quad l_1 = \{(x_0, y_0) + t(x_1, y_1); t \in \mathbb{R}\},$$

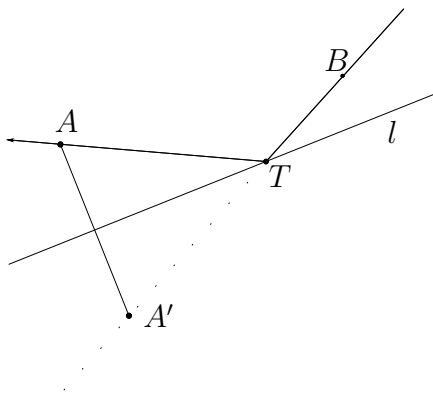
$$b) \quad l_2 = \{(x_0, y_0) + t(x_1, y_1); t \in \mathbb{R}\}.$$

6. Bestäm a, b, c sådana att

$$l_3 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; ax + by = c\}.$$

7*. Utveckla en allmän formel som kan användas för att lösa Uppgift 5 respektive Uppgift 6.

8*. En ljusstråle i planet går genom punkten A , träffar sedan linjen l i punkten T , och går efter spegling i l genom punkten B . Linjen l delar planet i två halvplan och A och B ligger i samma halvplan. För betraktaren i punkten B verkar det som om ljustrålen har kommit från A 's spegelbild A' . A' är en punkt som ligger i andra halvplanet och har samma avstånd till l som A .



Beskriv hur man kan lösa följande problem.

- A och l är givna. Bestäm A' .
- A och A' är givna. Bestäm l .
- A, l och T är givna. Bestäm någon B .
- A, l och B är givna. Bestäm T .
- $A, B,$ och T är givna. Bestäm l .

- f) A' och l är givna. Bestäm A .
- g) A , A' och T är givna. Bestäm någon B .
- h) A , A' och B är givna. Bestäm T .

1.1 Förslag till svar

1. $\sqrt{2}$, $\sqrt{13}$, $\sqrt{17}$.
2. a) $\arctan 3 - \arctan 5/3 = \arctan 2/9$
 $= \arccos(18/\sqrt{10}\sqrt{34}) \approx 0,219 \text{ rad} \approx 12,52^\circ$,
 b) $\arctan 4 - \arctan 3/2 = \arctan 5/14$
 $= \arccos(14/\sqrt{13}\sqrt{17}) \approx 0,343 \text{ rad} \approx 19,65^\circ$.
3. l_1 är linjen genom punkterna $(1, 1)$ och $(-2, 3)$, l_2 är linjen genom $(-1, 1)$,
 och $(-2, 1)$ och l_3 är linjen genom $(-2, -2)$ och $(2, 3)$.
 Linjerna l_1 och l_2 är parallella och saknar skärningspunkt, l_1 och l_3 har skärningspunkten $(14/23, 29/23)$, och l_2 och l_3 har skärningspunkten $(-10/23, -1/23)$.
4. $\arccos(2/\sqrt{13}\sqrt{41}) \approx 1,484 \text{ rad} \approx 85^\circ$.
5. $l_1 = \{(1, 1) + t(3, -2); t \in \mathbb{R}\}$ och $l_2 = \{(-1, 1) + t(3, -2); t \in \mathbb{R}\}$
6. $l_3 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; -5x + 4y = 2\}$

2 Uppgifter på linjära ekvationssystem

L 1.1: 1, 3, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 24

L 1.2: 9, 11, 13, 15, 16, 17, 21, 22, 29, 30, 31

3 Uppgifter på vektorer

V 2: 1, 2, 5, 7

V 3: 4, 5, 7, 8, 9, 16, 17, 18c, 21

V 4: 1, 2a, 4, 6, 8, 11, 14, 15, 17, 18