Tentamensskrivning i Matematik 1, MMG200, Inledande algebra
Datum: 2008-08-21 kl 8.30-13.30
MATEMATIK
Göteborgs Universitet
Hjälpmedel: Inga
Telefonvakt: Aron Lagerberg, 076-272 18 61

1. a) Definiera begreppen *delare*, *trivial delare* och *primtal*.

   b) Låt p vara ett primtal. Visa att om p delar ab så gäller att p delar a eller att p delar b. Ge exempel som visar att påståendet inte gäller för godtyckliga positiva heltal p. (3p)

2. a) Definiera begreppen *ekvivalensrelation* (inklusive definitioner av de olika egenskaperna) och *ekvivalensklass*.

   b) Ge exempel på en relation på $\mathbb{Z}$ som är reflexiv och transitiv men inte symmetrisk. Motivera! (3p)

3. Låt M vara en mängd med operationerna addition och multiplikation definierade.

   a) Formulera ringaxiomen för M.

   b) Visa att $a \cdot 0 = 0$ för varje $a \in M$ om M är en ring. (3p)

4. Låt f vara en funktion från A till B och g en funktion från B till C. Antag att $g \circ f$ är bijektiv.

   a) Visa att då måste f vara injektiv och g surjektiv.

   b) Ge exempel där varken f eller g är bijektiv, trots att $g \circ f$ är bijektiv. (3p)

5. a) Formulera negationen (utan att använda "icke"- symbolen) av utsagan

$$\forall \epsilon > 0 \ : \exists N \ : \forall n \ : \ n > N \Rightarrow |a_n - a| < \epsilon \qquad (2p)$$

   b) Beräkna (explicit) koefficienten för x^{71} i utvecklingen av $\left(x^7 - \frac{3}{x^2}\right)^{14}$. (2p)

6. Bestäm resten då man dividerar $200808^{22} + 200806^{44}$ med 11. (3p)

7. Visa att

$$\sum_{k=1}^{n} \sqrt{k} \geq \frac{n\sqrt{n}}{2}$$

   för $n = 1, 2, 3, \ldots$. (3p)

8. Låt A vara en mängd med fem element och låt B vara en mängd med tre element. Bestäm antalet surjektiva funktioner från A till B. (3p)

Lycka till!
Ulla Dinger

Denna skrivning beräknas vara färdigrättad den 11 september. Ditt resultat meddelas via mail från Ladok. Skrivningar lämnas ut alla vardagar kl 8.30-13.00 på expeditionen.