

Envariabelanalys, MMG200: Laboration 2

Numerisk integration

Laborationens syfte är att

Att studera några olika metoder att approximera en integral med en summa.

Att tillverka en funktionsfil i Matlab för dessa metoder.

Att jämföra metoderna genom att testa dem på två exempel.

Att undersöka Matlabs olika kommandon för integralberäkning.

1. Bakgrund

Läs om rektangel- och trapetsuppskattningar i Persson-Böiers: *Analys i en variabel*, §7.11. Gå också igenom Simpsons formel.

Uppgift 1

Skriv två funktionsfiler `rekt(f,a,b,n)` och `trap(f,a,b,n)` som beräknar en integral

$$\int_a^b f(x)dx$$

med hjälp av rektangel respektive trapetsformeln. Indata skall vara en funktion, integrationsgränser samt antalet delintervall. Ut ska komma integralens approximativa värde. Observera att hela beräkningen med fördel görs utan loopar - arbeta istället med vektorer.

2. Cyklroidkurvan

Här gäller det att beräkna längden av en båge av en cyklroid. Repetera exempel 9 i §7.4. Välj $R = 2$. För numerisk integration behövs inte samma grad av algebraisk förenkling, det går bra att beräkna integralen

$$\int_0^2 \left(4(1 - \cos \theta)^2 + 4 \sin^2 \theta\right)^{\frac{1}{2}} d\theta$$

direkt.

Uppgift 2

Beräkna integralen numeriskt med hjälp av

- (a) Riemannsummor (dvs. rektangelmetoden),
- (b) trapetsmetoden.

Testa med olika n (antal delintervall) och redovisa resultatet med $n = 100$. Jämför med det exakta värdet. Någon skillnad mellan rektangel- och trapetsmetoderna? Förklara!

3. En lång krumelur

Studera kurvan $x = t + 2 \sin 2t$, $y = t + 2 \cos 5t$, $0 \leq t \leq 2\pi$. Detta kan göras genom att man plottar den med Matlab. Starta med en radvektor t , beräkna x och y , använd `plot(x,y)`. Kommandot `axis equal` rättar till skalorna. Försök göra en grov förhandsskattning av den ritade kurvans längd.

Uppgift 3

Beräkna nu kurvans längd med rektangelmetoden, trapetsmetoden och Simpsons formel. Någon skillnad mellan metoderna denna gång?

4. Verktyg för integralberäkning i Matlab

Undersök Matlabs kommandon för integralberäkning.

Kommandot `quadl` utnyttjar en avancerad integralapproximation med adaptiv intervallindelning, dvs intervalllängden görs extra liten där integranden är besvärlig (t ex varierar mycket). Den närbesläktade och något enklare `quad` använder Simpsons formel med adaptiv intervallindelning.

Uppgift 4

Beräkna integralerna i alla tidigare uppgifter med hjälp av Matlabs kommandon och jämför resultaten!

5. Redovisning

De m-filer som använts, eventuella anonyma funktioner, resultaten av beräkningarna samt (i förekommande fall) svar på frågor.