MATEMATIK
Göteborgs Universitet
Tentamen

Inga hjälpmedel
Datum: 2011-08-15 kl. 08.30–12.30
Telefonvakt: .
tel. 0703 088304

Linjär algebra, MMG200 del 2.

Skriv din kod på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.
Betygsgränser: 12 - 17 p. ger betyget G, 18 - 25 p. ger betyget VG.
Lösningar läggs ut på kursens webbsida.
Uppgift 1 kan ge 4p. Övriga kan ge 3p. Ordlista finns på baksidan.

---

1. Nedan ges åtta påståenden. Avgör för vart och ett av dem om det är sant eller falskt. Du behöver ej ge motiveringar utan svarar bara sant eller falskt. Rätt svar ger 0,5 p, fel svar -0,5 p och inget svar ger 0 p. Dock inte mindre än 0 p på hela uppgiften. Om inget annat sägs är A en $m \times n$ - matris.
   (a) Planen $-x + 3y - 2z = 2$ och $2x - 6y + 4z = 2$ är parallella.
   (b) Om matriserna A och B är inverterbara så är $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$
   (c) Vektorn $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ är egenvektor till matrisen $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.
   (d) $\lambda = 0$ är ett egevärde till matrisen $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
   (e) Om $\det A = 0$ så finns en vektor $\boldsymbol{b}$ så att ekvatonssystemet $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ saknar lösning.
   (f) Om kolonnrummet till en matris A har dimensionen 5 så måste A ha minst 5 rader.
   (g) Om nollrummet till en matris A har dimensionen 5 så måste A ha minst 5 rader.
   (h) Två vektorer i $\boldsymbol{R}^4$ är alltid linjärt oberoende.

2. Visa att om $\boldsymbol{v}_1, ..., \boldsymbol{v}_p$ är vektorer i $\boldsymbol{R}^n$ där $p > n$ så är de linjärt beroende.

3. Visa att om A är en $n \times n$-matris som har n stycken linjärt oberoende egenvektorer så är A diagonaliserbar.

4. Bestäm ekvationen får det plan som innehåller linjen $(x, y, z) = (1, 1, 0) + t(-2, 1, 2)$ och punkten (0,-1,1).

5. F är en linjär avbildning i rummet som i given ON-bas ges av matrisen $\begin{pmatrix} 1 & -2 & a \\ 1 & -a & 2 \\ a & -4 & 4 \end{pmatrix}$.

   Bestäm, för alla värden på a, dimensionen av värderummet till F.

6. Diagonalisera matrisen $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, dvs bestäm en ortogonalmatris P och en diagonalmatris D så att $A = PDP^{-1}$.

7. Bestäm var sin bas för nollrummet och kolonnrummet till matrisen $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 8 \end{pmatrix}$

8. Låt $F(\boldsymbol{u})$ vara den rätvinkliga projektionen av $\boldsymbol{u}$ på planet $3x - y + z = 0$ och låt $G(\boldsymbol{u})$ vara den rätvinkliga projektionen av $\boldsymbol{u}$ på linjen $x = y = -z$. Bestäm avbildningsmatrisen för $G \circ F$ i standardbasen.

Lycka till!
Sven