

Tentamen i Envariabelanalys, MMG200

Torsdag den 16 april 2009, 8.30-13.30

- (a) Ge definitionen av att $f(x) \rightarrow A$ när $x \rightarrow 0$.
(b) Ge definitionen av att $f(x) \rightarrow A$ när $x \rightarrow \infty$.
(c) Visa att om $f(x) \rightarrow A$ och $g(x) \rightarrow B$ när $x \rightarrow 0$ så har vi att $f(x) + g(x) \rightarrow A + B$ då $x \rightarrow 0$.
(4p)
- Formulera medelvärdessatsen och bevisa den i fallet då $f(a) = f(b) = 0$.
- Bestäm integralen

$$\int_0^{\pi/2} e^{\sin x} \cos x dx.$$

- Avgör hur många reella nollställen

$$f(x) = x^3 + x^2 - x + 1/9$$

har.

- Lös differentialekvationen

$$\begin{cases} y''(x) - y'(x) - 2y = e^{-x} \\ y(0) = 1, y'(0) = 0 \end{cases} .$$

- Visa att

$$f(x) = x^3 e^{-x}$$

har ett största värde på $[0, \infty)$ och bestäm detta värde.

- Avgör om

$$(x^5 + x^4)^{1/5} - x$$

har ett gränsvärde då $x \rightarrow \infty$ och bestäm i så fall detta.

Vänd!

8. Beräkna

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \frac{n \sin \frac{y}{n}}{y(1+y^2)} dy .$$