

## Tentamen i Envariabelanalys, MMG200

Lördag 30 april 2011, 8.30-12.30

- (a) Ge definitionen av att  $f(x) \rightarrow A$  då  $x \rightarrow a$ .  
(b) Ge definitionen av att  $f(x) \rightarrow \infty$  då  $x \rightarrow a$ .  
(c) Ge definitionen av att  $f(x) \rightarrow A$  då  $x \rightarrow \infty$ .  
(d) Visa direkt från definitionen att  $f(x) \rightarrow \infty$  då  $x \rightarrow \infty$  om  $f(x) = \sqrt{x}$ .

(4p)

- Formulera medelvärdessatsen och bevisa den i fallet  $f(a) = f(b)$ .
- Visa att om funktionen  $f$  är deriverbar på  $]a, b[$  och  $f$  har ett lokalt maximum i punkten  $x_0 \in ]a, b[$  så är  $f'(x_0) = 0$ .
- Bestäm alla komplexa rötter till

$$z^3 - iz^2 + 4z - 4i = 0.$$

- Bestäm integralen

$$\int_{-1}^1 \frac{1 + 2x + x^4}{1 + x^4} dx.$$

- Visa att

$$f(x) = x^6 e^{-x^2 - 4x}$$

har ett största värde på  $[0, \infty)$  och ange detta värde.

- Lös differentialekvationen

$$\begin{cases} y' = 1 + y^2 \\ y(0) = 1 \end{cases}.$$

Var är lösningen definerad?

- Avgör om

$$(x^6 + 2x^4)^{1/3} - x^2$$

har ett gränsvärde då  $x \rightarrow \infty$  och bestäm i så fall detta.