MATEMATIK
Göteborgs Universitet
Tentamen

Inga hjälpmedel
Datum: 2010-12-17 kl. 08.30–12.30
Telefonvakt:Adam Wojciechowski.
tel. 076 272 18 61

**Linjär algebra, MMG200 del 2.**

Skriv din kod på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.
Betygsgränser: 12 - 17 p. ger betyget G, 18 - 25 p. ger betyget VG.
Lösningar läggs ut på kursens webbsida.
Uppgift 1 kan ge 4p. Övriga kan ge 3p. Ordlista finns på baksidan.

---

1. Nedan ges åtta påståenden. Avgör för vart och ett av dem om det är sant eller falskt. Du behöver ej ge motiveringar yta svarar bara sant eller falskt. Rätt svar ger 0,5 p, fel svar -0,5 p och inget svar ger 0 p. Dock inte mindre än 0 p på hela uppgiften. Om inget annat sägs är $A$ en $m \times n$ - matris.

   (a) Linjen $(x, y, z) = (1 + t, -2 + t, 2t)$ är vinkelrät mot planet $x - 5y + 2z = 7$

   (b) Vektorn $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ är egenvektor till matrisen $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$.

   (c) Om $A\boldsymbol{x} = \mathbf{0}$ har entydig lösning så har $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ lösning för varje $\boldsymbol{b}$.

   (d) Om $\det A = 0$ så har $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ lösning för varje $\boldsymbol{b}$.

   (e) Om Col$(A)$ och Nul$(A)$ har dimension 3 respektive 2 så är Col$(A)$ en delmängd av $R^5$.

   (f) Om Col$(A)$ och Nul$(A)$ har dimension 3 respektive 2 så är Nul$(A)$ en delmängd av $R^5$.

   (g) Om ekvationen $\det(A - \lambda I) = 0$ endast har reella rötter så måste $A$ vara diagonaliserbar.

   (h) Om $A = PBP^{-1}$ där $P$ är inverterbar så har $A$ och $B$ samma egenvärden.

2. Formulera och bevisa Pythagoras sats i $R^n$.

3. Visa att om $T$ är en linjär avbildning från $R^n$ till $R^m$ så är $T(\boldsymbol{x})$ $=A\boldsymbol{x}$ där kolonnerna i $A$ utgörs av vektorerna $T(\boldsymbol{e_1})$,$\ldots$, $T(\boldsymbol{e_1})$ och $\boldsymbol{e_1}, \ldots, \boldsymbol{e_n}$ är standardbasen i $R^n$.

4. Bestäm ekvationen får det plan som innehåller punkterna (1,0,1), (2,1,1) och (-1,1,2)

5. Lös approximativt med minsta-kvadrat-metoden ekvationssystemet $\left\{ \begin{array}{rcl} x & = & 0 \\ x + y & = & 0 \\ x + y + z & = & 0 \\ y & = & 1 \end{array} \right.$

6. Bestäm en bas för kolonnrummet och en bas för nollrummet till matrisen $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$.

7. Lös differentialekvationssystemet $\boldsymbol{x}' = A\boldsymbol{x}$, om $A = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ och $\boldsymbol{x}(0) = \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \end{pmatrix}$

8. Bestäm (ortogonala) projektionen av vektorn $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}^T$ på det underrum av $R^5$ som spänns upp av vektorerna $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T$ och $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}^T$.

Lycka till!
Sven