

Inlämningsuppgift

MMG200-Linjär algebra

Grafer och flygplansrutter

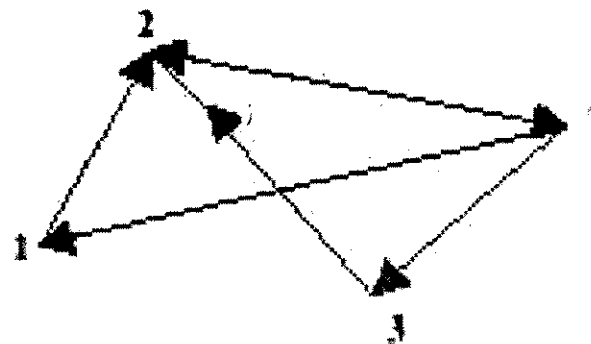
En så kallad *riktad graf* består av ett antal numrerade *noder* (punkter) sammanbundna med *riktade länkar* (pilar). I exemplet i figur 1 har vi 4 noder och 6 riktade länkar.

Kopplingsmatrisen till en riktad graf definieras som matrisen A med element $a_{ij} = 1$ om det finns en riktad länk från nod nr i till nod nr j , $a_{ij} = 0$ annars. Kopplingsmatrisen till den riktade grafen i figur 1 blir alltså

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Flygplansrutterna hos ett flygbolag kan beskrivas med en riktad graf där flygplatserna är noder och direktrutterna är riktade länkar. Anta att ett flygbolag i Kalifornien har följande enkla flygningar:

från	till
San Francisco	Fresno
San Francisco	Monterey
Los Angeles	San Francisco
Los Angeles	Sacramento
Sacramento	San Francisco
Sacramento	Fresno
Fresno	Sacramento
Fresno	Los Angeles
Monterey	Los Angeles



Figur 1: En riktad graf

Uppgifter

- Numrera städerna enligt: (1) Los Angeles, (2) San Francisco, (3) Monterey, (4) Fresno, (5) Sacramento. Rita motsvarande riktade graf.
- Ta fram kopplingsmatrisen och lägg in den i MATLAB.
- Beräkna A^2 . Elementet (i, j) i A^2 är antalet rutter från i till j som använder exakt två enkla flygningar dvs med exakt en mellanlandning. Förklara detta genom att i detalj studera hur elementet $(2, 1)$ i A^2 kan tänkas räknas ut.
- Beräkna $I + A + A^2$. Vad säger elementet (i, j) i denna matris om flygrutterna?
- Vilket är det största antal flygningar som behövs mellan två städer? Räkna ut och förklara med matrisalgebra.
- Bland andra är flygningen Sacramento - San Francisco kritisk för flygbolaget. I vilket avseende? Vad händer om man lägger ner den? Förklara med matrisalgebra!
- Kan du addera endast en enkel flygning så att man kan flyga mellan vilka två städer som helst med högst en mellanlandning? Om inte, addera ytterligare flygningar (men så få som möjligt) så att detta går. Använd matrisalgebra och förklara hur du gör!

Inlämning: Svar på frågorna med tillhörande MATLAB-beräkningar.