Inga hjälpmedel
Telefonvakt:
Magnus Önnheim
0703-08 83 04

Matematik
Göteborgs universitet
H.C.& J.S.

Tentamen i Envariabelanalys, MMG200

Onsdag den 29 augusti 2012, 8.30-12.30

1. (a) Ge definitionen av att $f(x) \to A$ när $x \to 1$.

   (b) Är det möjligt att $f(x) \to 0$ när $x \to 1$ men att $f(x)g(x) \to 1$ när $x \to 1$? Förklara.

   (c) Om $f(x) \to 2$ när $x \to \infty$ och g är både deriverbar och begränsad på $[0, \infty)$, måste då $f(x)g(x)$ har en gräns när $x \to \infty$? Bevisa ditt påstående eller ge ett motexempel. (4p)

2. Formulera och bevisa integralkalkylens huvudsats. (Analysens huvudsats i boken.)

3. Ge en detaljerad skiss av funktionen
$$\frac{x^3}{9(x+2)} \ .$$

4. Beräkna
$$\int_0^{\sqrt{\pi/2}} x^3 \sin x^2 dx \ .$$

5. Bestäm
$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{x^2} - \cos x}{\sin^2 x}.$$

6. Funktionen $y(x)$ är kontinuerlig i en omgivning av origo och uppfyller ekvationen
$$y(x) = 1 + \int_0^x y^2(t) dt \ .$$
   Bestäm y och den största mängd där y är definierad.

7. Vilken punkt på parabeln $y = 2 - x^2$ ligger närmast origo?

8. Låt för $x > 0$, $F(x) = x \displaystyle\int_x^1 \frac{\cos t}{t^2} dt$. Bestäm $\lim_{x \to 0+} F(x)$.