

Övningar på serier

1. Beräkna $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n + 5}{4^n}$.

2. Vilka av följande serier konvergerar?

(a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{2+n}}$, (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2^n}{n3^n}$, (c) $\sum_{n=0}^{\infty} ne^{-n}$,

(d) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{n^3+1}$, (e) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\ln n}{1+n^2}$ (f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2^n}{n^2 2^n}$

3. Avgör om följande serier är absolutkonvergenta, betingat konvergenta eller divergenta.

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$, (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$, (c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln 1/n}$, (d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^2 1/n}$,

4. För vilka x konvergerar serierna

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$, (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$, (c) $\sum_{n=1}^{\infty} nx^n$?

Förslag till svar

1. $\frac{32}{3}$

2.(b), (c), (e) & (f) är konvergenta.

3. (a) & (d) är absolutkonvergenta, (b) betingat konvergent, (c) divergent

4. Då (a) $-1 \leq x \leq 1$, (b) $-1 \leq x < 1$, (c) $-1 < x < 1$,