

Tentamen i Envariabelanalys, MMG200
24 augusti 2010, 8.30-13.30

- (i) Ge definitionen av att $f(x)$ är kontinuerlig i punkten a .
(ii) Ge definitionen av att $f(x)$ är deriverbar i punkten a .
(iii) Ge exempel på en funktion som är kontinuerlig men ej deriverbar.
(iv) Visa direkt från definitionen att $f'(a) = 3a^2$ om $f(x) = x^3$.

(4 p)

- Visa att om funktionen f är deriverbar på $]a, b[$ och $f'(x) = 0$ för alla x så är f en konstant funktion.
- Visa att en kontinuerlig funktion på ett slutet begränsat intervall $[a, b]$ antar sitt supremum.
- Beräkna derivatan av

$$x^{\ln x}$$

för $x > 0$.

- Bestäm alla komplexa rötter till

$$z^2 - 3iz - 2 = 0.$$

- Lös begynnelsevärdesproblemet

$$\begin{cases} y'' + 2y' + y = x, \\ y(0) = -1, y'(0) = 3. \end{cases}$$

- Beräkna den generaliserade integralen

$$\int_9^{\infty} \frac{dx}{x(1 + \sqrt{x})}.$$

- Avgör om

$$(x^3 + 2x^2)^{1/3} - x$$

har ett gränsvärde då $x \rightarrow \infty$ och bestäm i så fall detta.