MATEMATIK
Göteborgs Universitet
Tentamen

Inga hjälpmedel
Datum: 2013-12-20 kl. 08.30–12.30
Telefonvakt: John Bondestam Malmberg.
tel. 0703 088304

Linjär algebra, MMG200 del 2.

Skriv din kod på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.
Betygsgränser: 12 - 17 p. ger betyget G, 18 - 25 p. ger betyget VG.
Lösningar läggs ut på kursens webbsida.
Uppgift 1 kan ge 4p. Övriga kan ge 3p. Ordlista finns på baksidan.

---

1. Nedan ges åtta påståenden. Avgör för vart och ett av dem om det är sant eller falskt. Du behöver ej ge motiveringar utan svarar bara sant eller falskt. Rätt svar ger 0,5 p, fel svar -0,5 p och inget svar ger 0 p. Dock inte mindre än 0 p på hela uppgiften.

   (a) Vektorn $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ är egenvektor till matrisen $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$.

   (b) Två icke-parallella egenvektorer till en symetrisk matris måste vara vinkelräta.

   (c) Planen $-x + 2y - 3z = 2$ och $2x - 4y + 6z = 0$ är parallella.

   (d) En 3×3 – matris har alltid minst en egenvektor.

   (e) Om A och B är kvadratiska matriser och AB är inverterbar så är A och B också inverterbara.

   (f) om A är kvadratisk och $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ har lösning för något b så är $\det A \neq 0$.

   (g) Om A har 3 pivotkolonner så är Col(A) en delmängd av R^3.

   (h) Om $\boldsymbol{x_1}, ..., \boldsymbol{x_p}$ är linjärt beroende vektorer i $\boldsymbol{R}^n$ så är var och en av dem en linjärkombination av de övriga.

2. Formulera och bevisa Pythagoras sats i R^n

3. Visa att om T är en linjär avbildning från R^n till R^m så är $T(\boldsymbol{x}) = A\boldsymbol{x}$ där kolonnerna i A utgörs av vektorerna $T(\boldsymbol{e_1}), \ldots, T(\boldsymbol{e_1})$ där $\boldsymbol{e_1}, \ldots, \boldsymbol{e_n}$ är standardbasen i R^n.

4. (a) Bestäm ekvationen för det plan som är vinkelrätt mot båda planen $x-2y+z=3$ och $2x+y+2z=1$ och som innehåller punkten $(1, 0, 0)$.

   (b) Bestäm skärningslinjen mellan de två planen på parameterform.

5. Bestäm en bas för kolonnrummet och en bas för nollrummet till matrisen $\begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

6. Anpassa med hjälp av minsta kvadratmetoden en rät linje $y = at + b$ till följande mätdata.

t_i	-1	0	1	2	3
y_i	0	1	0	1	2

7. Bestäm talföljderna x_n och y_n om $x_0 = 4$, $y_0 = 3$ och $\begin{cases} x_{n+1} = -x_n + 2y_n \\ y_{n+1} = 2x_n + 2y_n \end{cases}$.

8. Låt $F(\boldsymbol{u})$ vara den ortogonala projektionen av $\boldsymbol{u}$ på det underrum till $\boldsymbol{R}^4$ som spänns av vektorerna $(1, 0, 1, 0)^T$ och $(1, 1, 0, 1)^T$. Bestäm avbildningsmatrisen för F.

Lycka till!
Sven