

## Tentamen i Envariabelanalys, MMG200

Fredag den 14 januari 2011, 8.30-12.30

- (i) Ge definitionen av att  $f(x)$  är kontinuerlig i punkten  $a$ .  
(ii) Ge definitionen av att  $f(x)$  är deriverbar i punkten  $a$ .  
(iii) Ge exempel på en funktion som är kontinuerlig men ej deriverbar.  
(iv) Visa direkt från definitionen att  $f'(x) = 2x$  om  $f(x) = x^2$ .

(4p)

- Formulera och bevisa integralkalkylens medelvärdessats.
- Visa att en kontinuerlig funktion på ett slutet begränsat intervall  $[a, b]$  antar sitt supremum.

- Beräkna derivatan av

$$x^{(x^2)}$$

för  $x > 0$ .

- Beräkna integralen

$$\int_0^\pi e^{\cos x} \sin x dx.$$

- Visa att

$$f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 4$$

har ett största värde på intervallet  $[0, 3]$  och bestäm detta värde.

- Bestäm

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(e^{x^2} - 1)}{1 - \cos x}.$$

- Antag att  $y(x)$  är en fyra gånger deriverbar funktion som löser begynnelsevärdesproblemet

$$\begin{cases} y'(x) = y^2(x) + 3x^2 \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

Vad är  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{y(x)}{x^3}$ ?