

Tentamen i Envariabelanalys, MMG200

Fredag den 17 januari 2014, 8³⁰ – 12³⁰

Varje uppgift ger maximalt 3 poäng utom uppgift 1 som kan ge fyra poäng.

- (a) Ge definitionen av derivatan $f'(a)$.
(b) Formulera och bevisa deriveringsregeln för en produkt $f(x)g(x)$.
- Formulera och bevisa integralkalkylens huvudsats. (Den kallas analysens huvudsats i boken.)
- Bestäm ekvationen för tangenten till kurvan $y = e^{-x^2}$ i punkten där $x = 1$.

- Beräkna

$$\int_0^{\infty} \sqrt{x} e^{-\sqrt{x}} dx .$$

- Beräkna största och minsta värde av $f(x) = \sin(\cos(x))$ på intervallet $[\pi/2, 3\pi/2]$.
- Lös begynnelsevärdesproblemet

$$\begin{cases} y'' + 4y = 4x^2 - 4x + 10 \\ y(0) = 3, y'(0) = 1 \end{cases} .$$

- Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x(\arctan(1 + 1/x) - \pi/4).$$

- Bestäm en deriverbar funktion $y(x)$, definierad för alla $x \in \mathbb{R}$, som uppfyller

$$\begin{cases} y' = 3y^{2/3} \\ y(0) = -1, y(3) = 1 \end{cases} .$$