

# MATEMATIK

Göteborgs Universitet

Tentamen i Matematik 1 (MMG200), Inledande algebra.

Datum: 2015-08-27.

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.

Telefonvakt: Gustav Kettil, 0703-088304.

---

**OBS:** Motivera dina svar väl. Det är i huvudsak beräkningar och motiveringarna som ger poäng inte svaret.  
För godkänt krävs minst 12 poäng och för väl godkänt minst 18 poäng.

---

1. Låt  $a$  och  $b$  vara heltal sådana att  $\text{sgd}(a, b) = 1$  och låt  $c$  vara ett tredje heltal. Visa att om  $a \mid bc$ , så gäller att  $a \mid c$ . (3p)

2. Formulera och bevisa binomialsatsen. (3p)

3. Formulera definitionerna av att en funktion är injektiv respektive surjektiv. Ge också ett exempel i vart och ett av följande 4 fall på en funktion  $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$  som är:

- injektiv och surjektiv
- injektiv men inte surjektiv
- inte injektiv men surjektiv
- varken injektiv eller surjektiv.

(3p)

4. Bestäm de positiva heltalslösningarna till ekvationen

$$12x + 21y = 186.$$

(3p)

5. Det finns 15 bollar i en påse. Bollarna är numrerade från 1 till 15 så alla är olika. Av bollarna är 10 blå med vit text och de 5 andra är vita med röd text. På hur många sätt kan man välja ut 4 bollar (utan att ta hänsyn till ordningen man väljer dem) om man

- (a) får välja helt fritt.
- (b) ska välja 1 blå och 3 vita bollar.
- (c) ska välja minst 1 blå boll.

(3p)

Var god vänd!

6. Visa att det för alla heltal  $n \geq 2$  gäller att

$$\frac{1}{2}n^{3/2} < \sum_{k=1}^n \sqrt{k} < n^{3/2}.$$

(3p)

7. Antag att vi har en ring  $R$ . Ett element  $a \in R \setminus \{0\}$  kallas för en *nolldelare* om det finns  $b \neq 0$  sådant att  $ab = 0$ .

(a) Visa att  $\langle \mathbb{Z}_6, \oplus, \odot \rangle$  har nolldelare.

(b) För vilka heltal  $n \geq 2$  gäller det att  $\langle \mathbb{Z}_n, \oplus, \odot \rangle$  har nolldelare? Motivera ditt svar.

(c) Visa att det inte finns några nolldelare i en kropp.

(4p)

8. Visa att det för varje positivt heltal  $n$  gäller att  $43 \mid 7^{10n+1} + 6^{11n-1}$ .

(3p)

Tentorna beräknas vara färdiggrättade senast den 17 september. Ditt resultat meddelas via (GU-)mail från Ladok. Skrivningar lämnas ut alla vardagar kl 11.00-13.00 på expeditionen.

LYCKA TILL!

Stefan.